

## CVIČENÍ č. 6. Posloupnosti, limita posloupnosti

1. Vypočtete prvních pět členů dané posloupnosti, určete 25. člen, supremum a infimum, rozhodněte o monotónnosti a omezenosti posloupností, načrtněte graf:

a)  $a_n = 2n + 1$       b)  $a_n = \frac{4}{n}$       c)  $a_n = (-1)^n + 1$       d)  $a_n = \frac{n+2}{n+1}$

e)  $\left(\sin n \frac{\pi}{2}\right)_{n=1}^{\infty}$       f)  $a_{n+1} = a_n + 3; a_1 = -2$       g)  $b_{n+1} = 2b_n - 1; b_1 = 0$

2. Vyjádřete dané posloupnosti vzorcem pro  $n$ -tý člen i rekurentně:

a) 3,6,9,12,15,18,...      b) 1,3,5,7,9,...      c) 2,4,8,16,32,...      d)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

3. Je dána aritm. posloupnost:  $a_3 = 2, a_6 = 11$ . Určete:  $d, a_1, a_{20}, s_{20}$ , omezenost a monotónnost.

4. Je dána geom. posloupnost:  $\left(\frac{1}{3^{n-1}}\right)_{n=1}^{\infty}$ . Určete:  $q, a_1, a_5, s_8, s$ , omezenost, monotónnost, inf.

5. Vypočtete limity posloupnosti:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{n+4}$       b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{4n+8}$       c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+2}{n^2-6}$       d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+2n-4}{n^2-1}$

6. Vypočtete limity posloupností ze skript:

4.35  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n-3}{6-5n}$       4.36  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)(n+3)}{3n^2-8}$

4.37  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-4)^2}{(3n-1)(4n+2)}$       4.38  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3}{n} - \frac{4}{\sqrt{n}}\right)$

4.39  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3+\sqrt{n})^2}{n+7}$       4.40  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-2}{n+4}$

4.41  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1+2n^2} - \sqrt{1+4n^2}}{n}$       4.42  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2+5n}}{\sqrt{(n-1)(n+2)}}$

4.43  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}$       4.44  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2+7n-2n}}$

4.45  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})$       4.46  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2+5n})$

4.47  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n^2+2n-5} - n\sqrt{3})$       4.48  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}))$

4.49  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n-1} - 5}{2^{2n} + 1}$       4.50  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{2n+2} - 8}{5 \cdot 4^{n-1} + 1}$

4.51  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot 3^{2n} - 1}{4 \cdot 9^n + 7}$       4.52  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} - 3^{n+2}}{3^{n+2}}$

4.53  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 4^{2n} + 2^{n-1}}{5^{n+1} - 16^{n+\frac{1}{2}}}$       4.54  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n} - 7^{n-1} + 2^{2n}}{5 - 9^n + 2^n}$

4.55  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)! - n!}$       4.56  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5(n-1)!}{(n-2)! - n!}$

4.xx  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$       4.58  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{n}\right)^{-n+3}$

4.59  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{\frac{5n^2-8}{2}}$       4.60  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-6}{2n+4}\right)^{3n-3}$

**Samostatné cvičení:**

1. Vypočtete prvních pět členů dané posloupnosti, určete 25. člen, supremum a infimum, rozhodněte o monotónnosti a omezenosti posloupností, načrtněte graf:  $a_n = \frac{2n+1}{n+2}$ .

2. Vypočtete limity posloupnosti:

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+3}{n+4}$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+1}{6n+2}$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-12}{n^3}$

d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4+2n+8}{n^3-2n}$

e)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)(n-4)}{n^2+3n}$

f)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n+1} + 2n \right)$

g)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{2n} - 4^{n-1} + 2^n}{9^n + 2^{2n}}$

h)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

**Výsledky:**

1.  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = \frac{5}{4}$ ,  $a_3 = \frac{7}{5}$ ,  $a_4 = \frac{9}{6}$ ,  $a_5 = \frac{11}{7}$ ,  $a_5 = \frac{51}{27}$ , max = není, sup = 2, inf = 1, min = 1, rostoucí, lim = 2.

2. a) 5, b)  $\frac{1}{2}$ , c) 0, d) +nekonečno, e) 2, f) + nekonečno, g) 1, h) 0.