

Statistické zpracování dat 10.přednáška

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**

OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Analýza časových řad (2)



Obsah přednášky



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- **Volba vhodného modelu trendu**
 - **Analýza trendové složky – syntetické modely:**
 - Klouzavé průměry, exponenciální vyrovnání
-
- **Analýza sezónní složky**
 - Modely konstantní sezónnosti
 - **Analýza náhodné složky**
 - **Prognózování v ČR**



Volba vhodného modelu trendu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- stanovení konkrétního typu trendové funkce
- přiléhavost dat k trendové (regresní) křivce
- koeficient determinace R^2 → nevýhoda:
více parametrů \Rightarrow větší R^2
- lepší míra přiléhavosti \Rightarrow **reziduální rozptyl**



Trendové funkce

- Lineární trend
- Kvadratický trend
- Mocninný trend
- Exponenciální trend
- Logistický trend



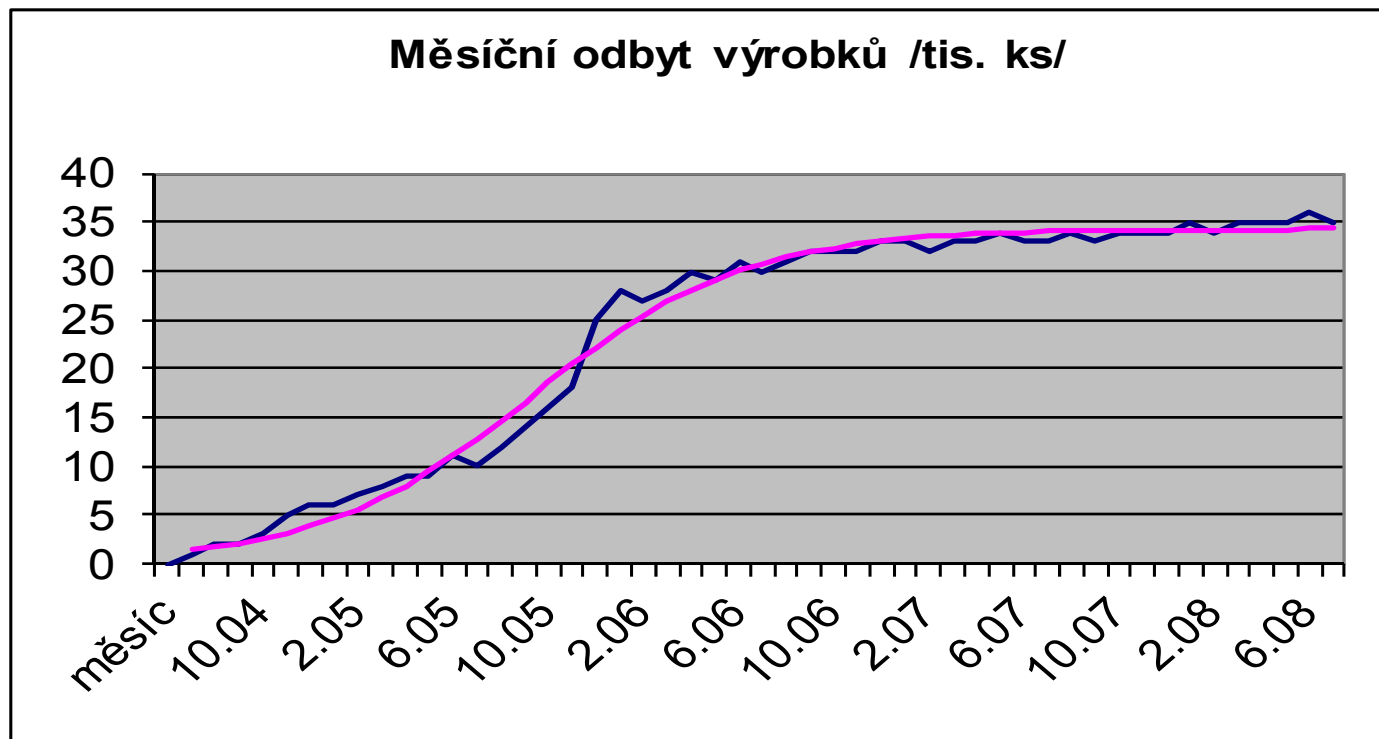
**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Logistický trend



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



$$T_t = \frac{34,3}{1 + 30,4 \cdot 0,8^t}$$



Reziduální rozptyl



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$s_R^2 = \frac{S_R}{n - p}$$

kde

n – počet členů ČŘ

p – počet parametrů ČŘ

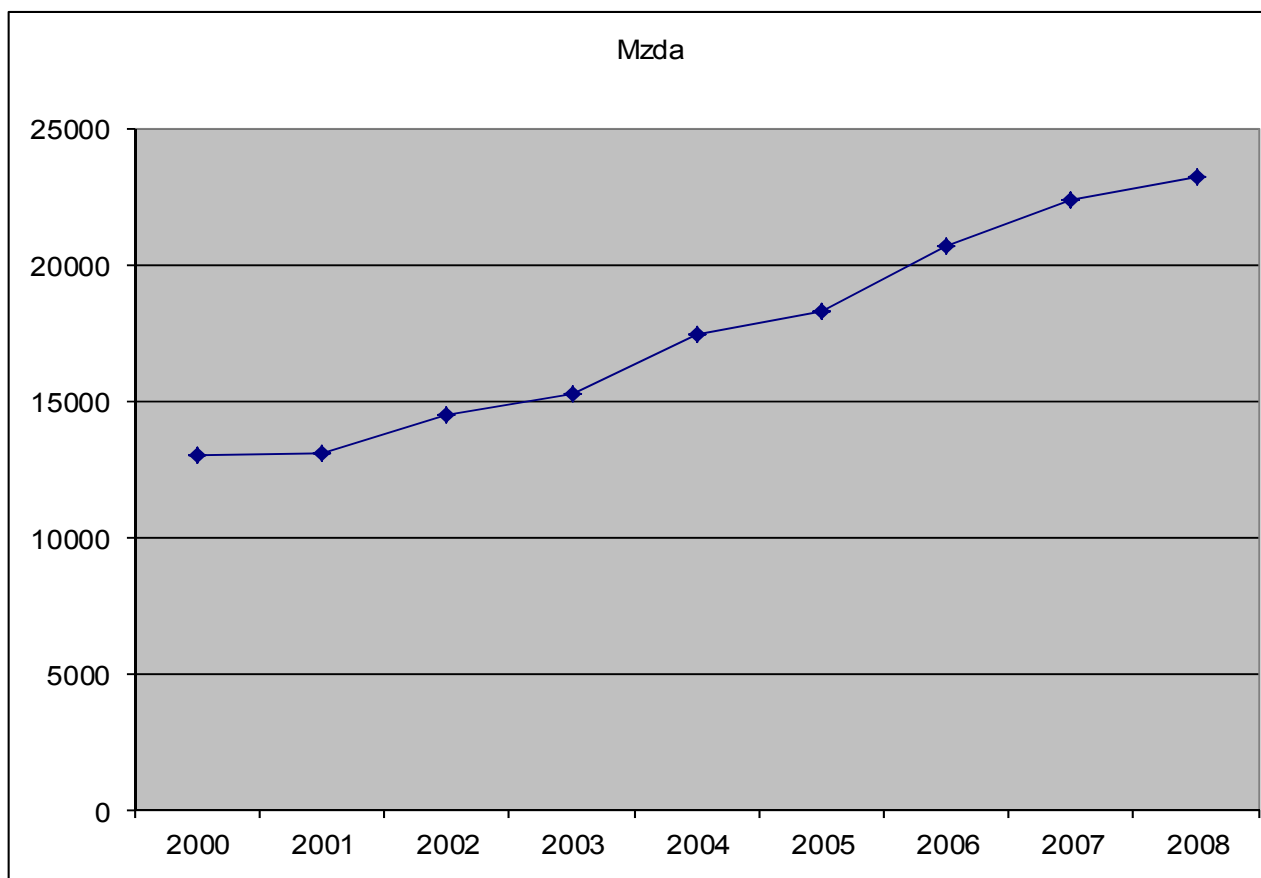
$$S_R = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 \quad \text{- reziduální součet čtverců}$$



Který z modelů je lepší?



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



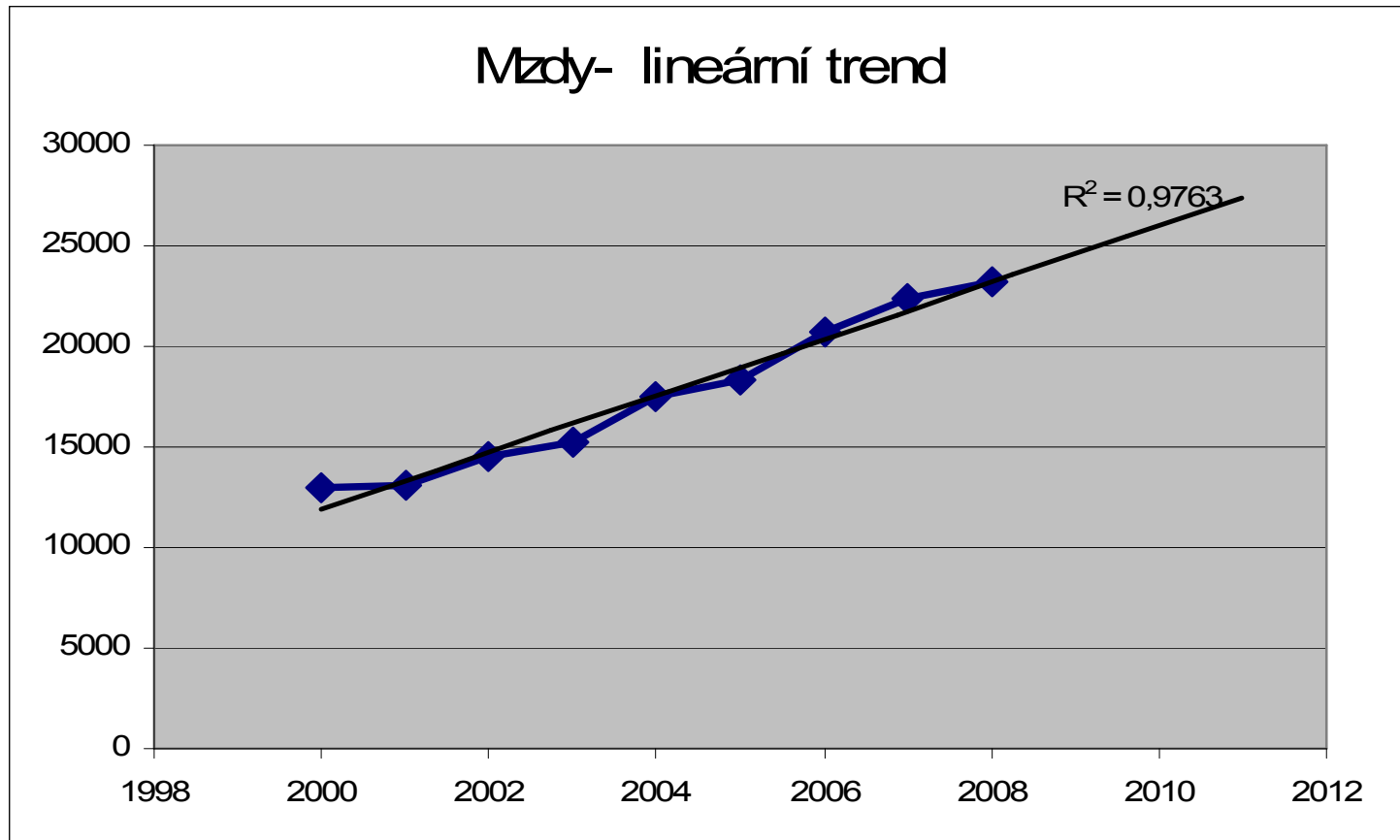
2000	12980
2001	13110
2002	14500
2003	15250
2004	17460
2005	18330
2006	20670
2007	22370
2008	23250



$$R^2 = 0,97$$



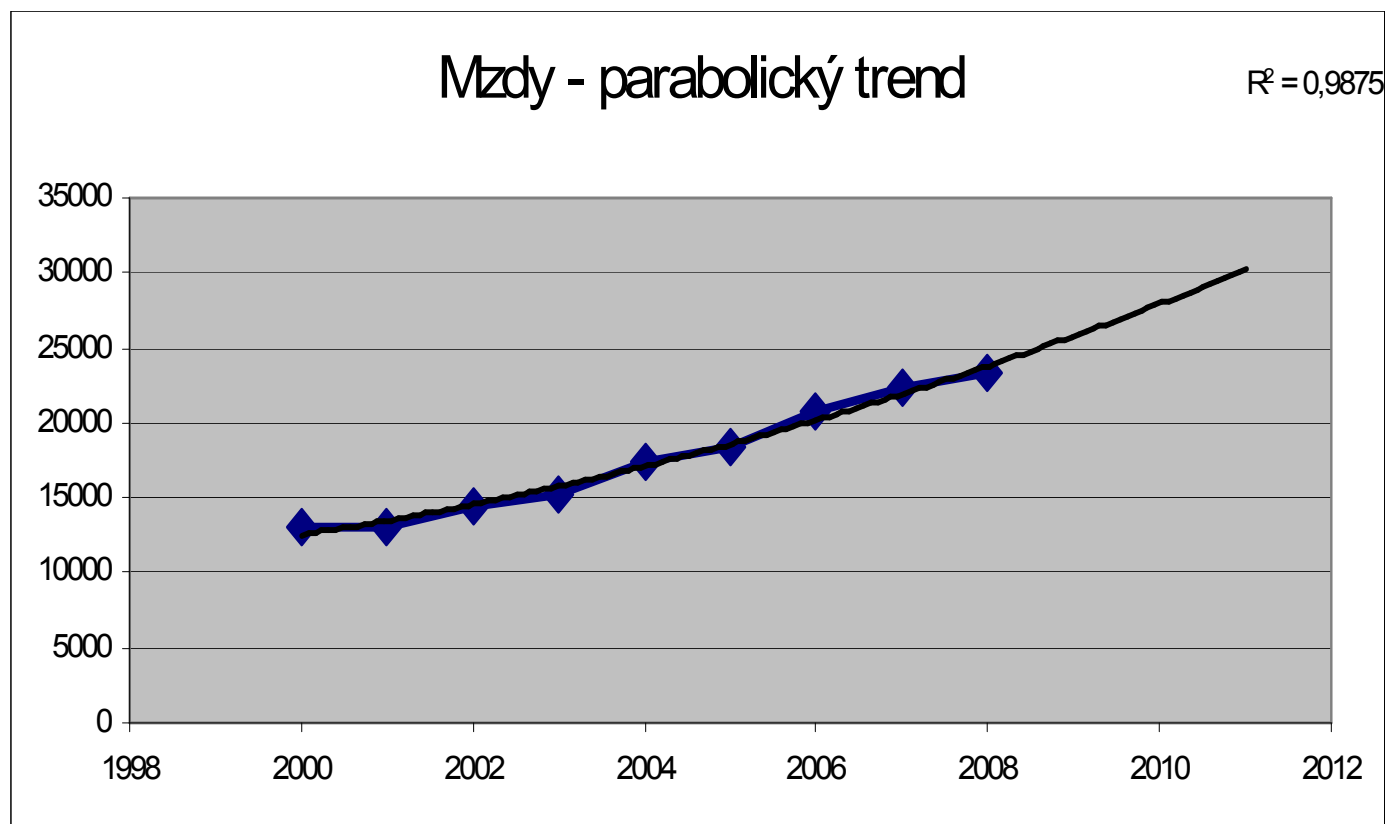
Mzdy- lineární trend



$$R^2 = 0,98$$



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

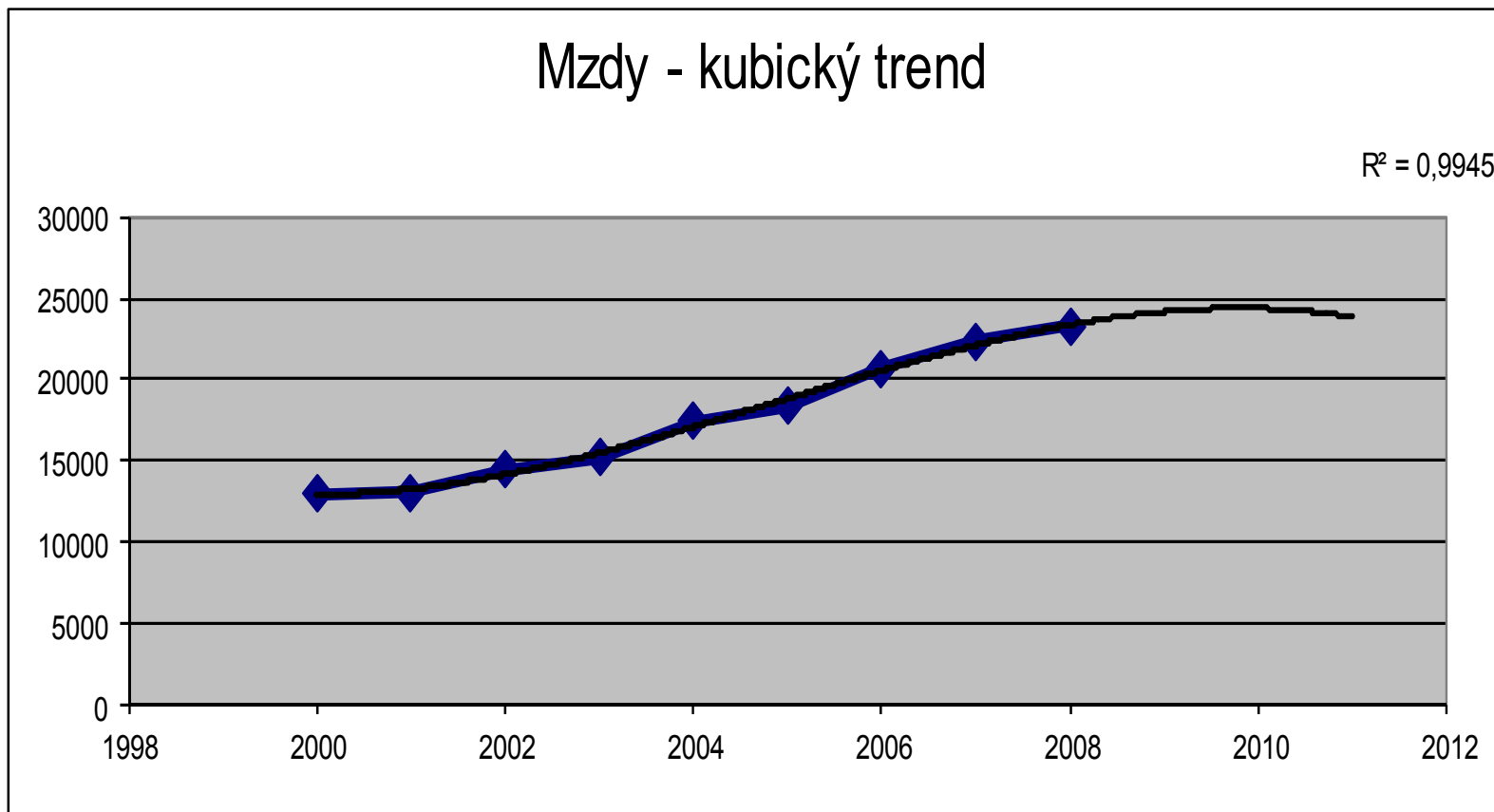


$R^2 = 0,99$



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

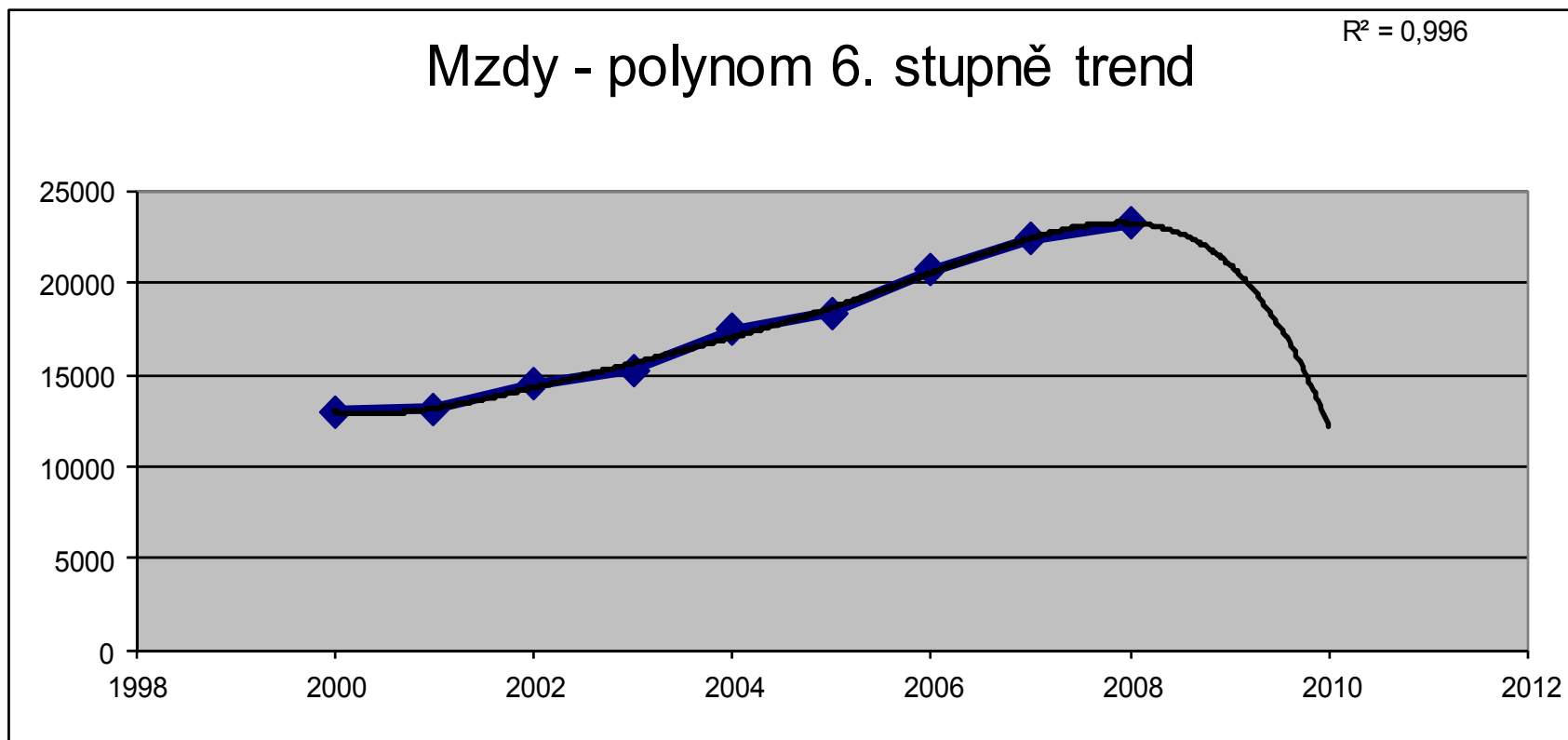
Mzdy - kubický trend



$$R^2 = 0,996$$



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



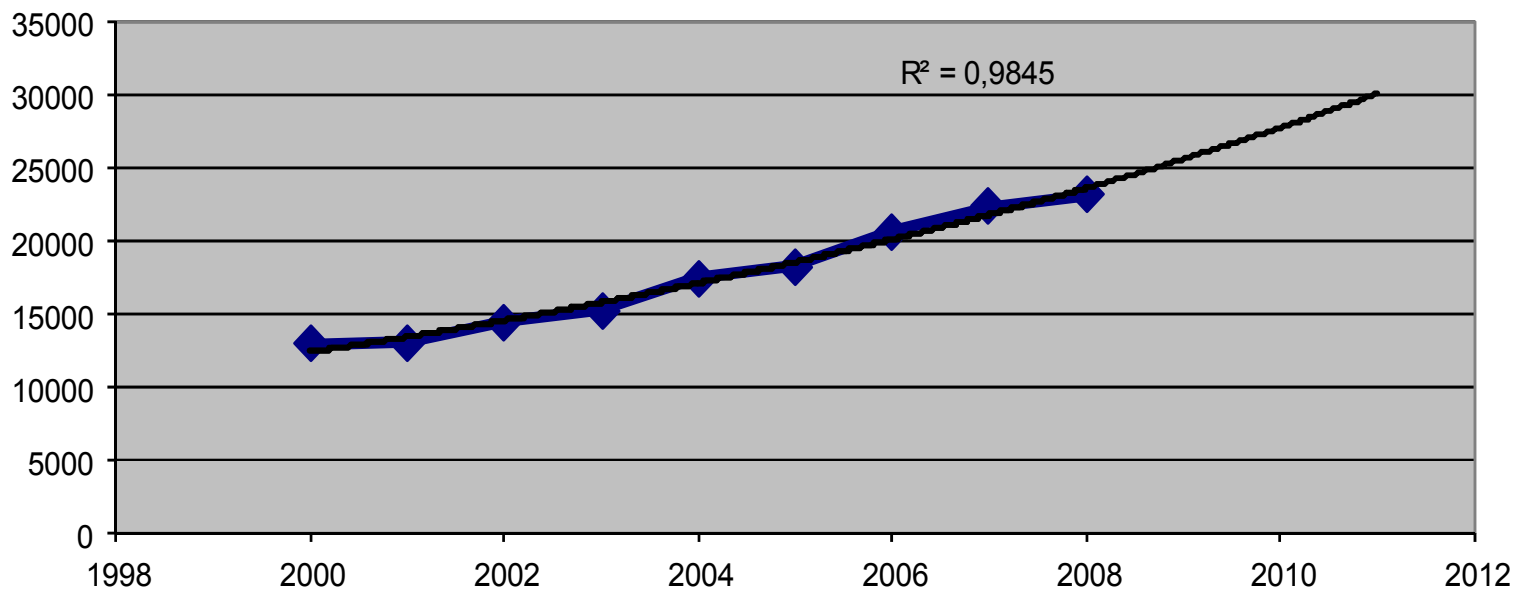
$R^2 = 0,985$



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Mzdy - . exponenciální trend

$R^2 = 0,9845$



Který model je lepší?



- **Model 1:** p_1 parametrů, $S_R^{(1)}$ $S_T^{(1)}$
- **Model 2:** p_2 parametrů ($p_1 > p_2$), $S_T^{(2)}$
- H_0 : Přiléhavost k datům u obou modelů se *neliší*

- testové kritérium:
$$F = \frac{\frac{S_T^{(2)} - S_T^{(1)}}{p_1 - p_2}}{\frac{S_R^{(1)}}{n - p_1}}$$
- kritický obor: $C = [F_\alpha(p_1 - p_2, n - p_1), +\infty)$



Který model je lepší? Lineární nebo kvadratický?



SLEZSKÁ
UNIVERZITA

OPAVSKÁ
UNIVERSITÁ
V OPAVĚ

rok	t	mzda	Lin.mod. p=1	SR2	ST2	Kvadr.mod. p=2	SR1	ST1
2000	1	12980	11927,7	1107335,29	19747109,15	12547,809	186789,0605	20667655,38
2001	2	13110	13332,4	49461,76	19634549,35	13487,476	142488,1306	19541522,98
2002	3	14500	14737,1	56216,41	9225961,368	14560,001	3600,120001	9278577,658
2003	4	15250	16141,8	795307,24	4479370,538	15765,384	265620,6675	5009057,11
2004	5	17460	17546,5	7482,25	28,86111111	17103,625	127003,1406	-119492,0295
2005	6	18330	18951,2	385889,44	227721,6711	18574,724	59889,83618	553721,2749
2006	7	20670	20355,9	98658,81	9656552,301	20178,681	241394,3598	9513816,751
2007	8	22370	21760,6	371368,36	22893176,08	21915,496	206573,886	23057970,56
2008	9	23250	23165,3	7174,09	32520837,02	23785,169	286405,8586	32241605,25
	prum:	17546,7	suma:	2878893,65	118385306,4	suma:	1519765,06	119744434,9

F = -6,3

Fkrit = 5,591

F < Fkrit - Ho přijímáme - mezi modely není rozdíl



Analýza trendové složky – syntetické modely trendu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- *Nejsou* zadány explicitně vzorcem
- *Jsou* zadány hodnotami nové ČŘ (syntetického trendu)
- **Klouzavé průměry** – ČŘ posouvaných průměrů (mediánů) několika hodnot „okolo“ t
- **Exponenciální vyrovnání** – ČŘ posouvaných vážených průměrů hodnot „před“ t (váhy exponenciálně ubývají)



Klouzavé průměry



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Prosté klouzavé průměry (lichá délka „kolem“ t):

$$\bar{y}_t = \frac{1}{2p+1} \sum_{t=-p}^p y_{t+i} = \frac{y_{t-p} + y_{t-p+1} + \dots + y_{t+p-1} + y_{t+p}}{2p+1}$$

o délce $m = 2p+1$, kde $t = p+1, p+2, \dots, n-p$.

Centrované klouzavé průměry (sudá délka):

$$\bar{y}_t = \frac{\frac{y_{t-p} + y_{t-p+1}}{2} + \dots + \frac{y_{t+p-1} + y_{t+p}}{2}}{p}, t = p+1, \dots$$

o délce $m = 2p$

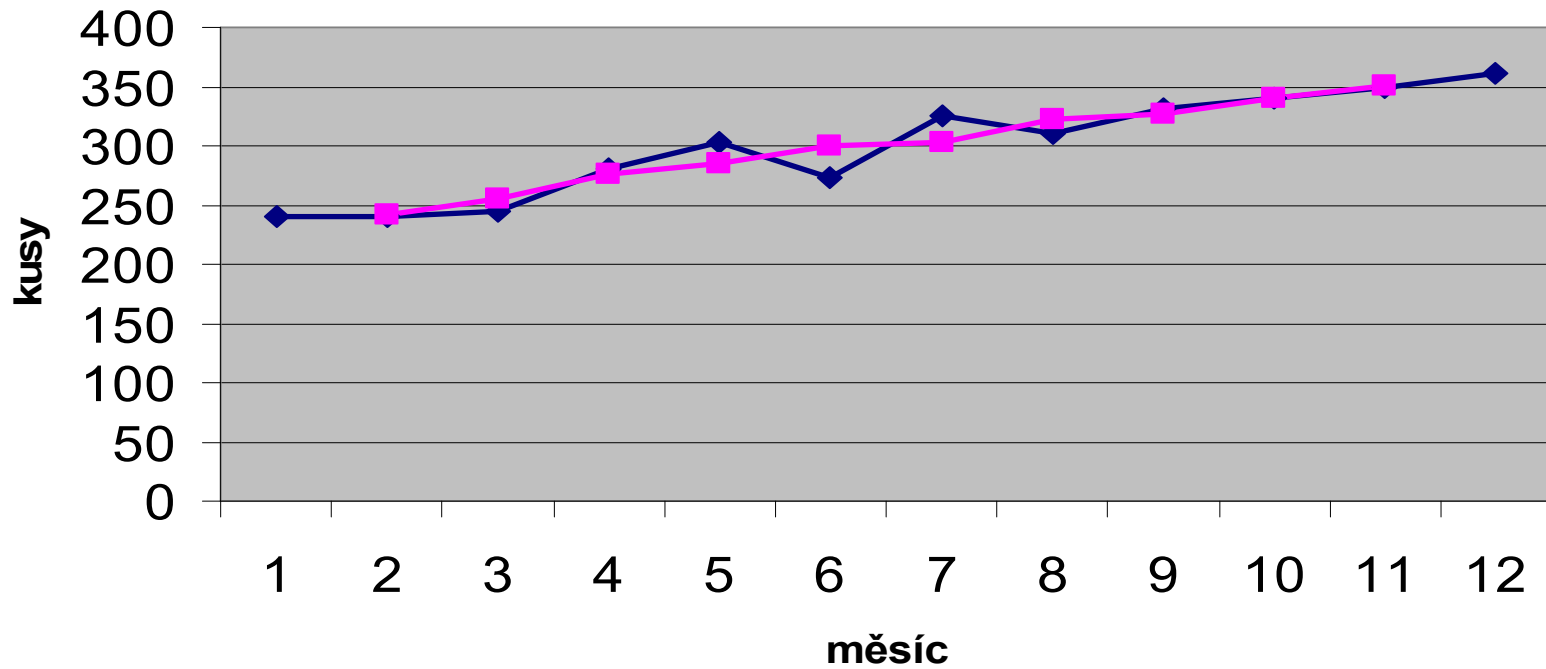


Příklad: prostý 3-členný klouzavý průměr



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

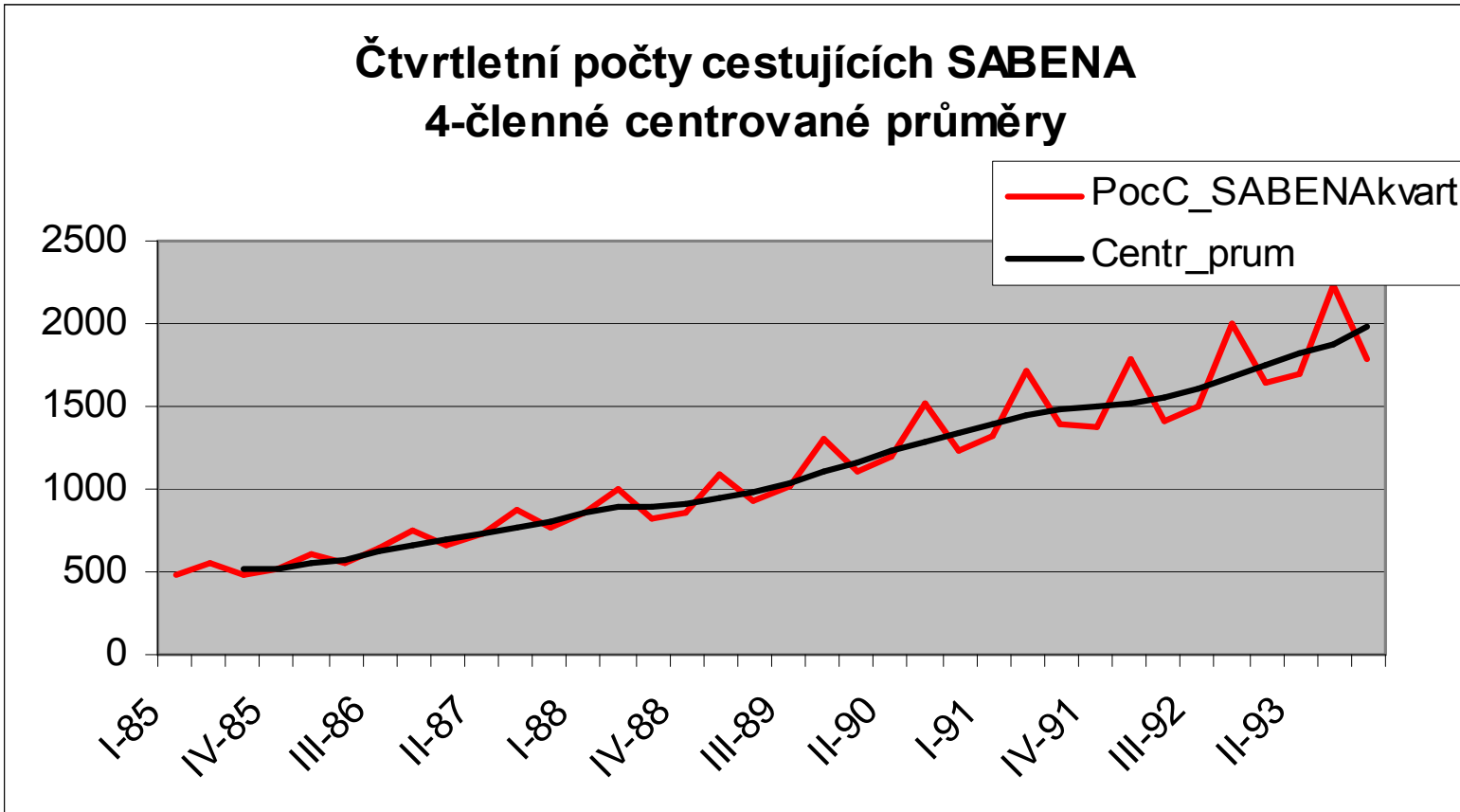
**Měsíční poptávka /ks/
3-členné klouzavé průměry**



Příklad: centrováný 4-členný klouzavý průměr



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Exponenciální vyrovnání



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

w - **koeficient exponenciálního zapomínání**, $0 < w < 1$
„kolik procent se zapomene z předchozího“

$$\hat{y}_t = wy_t + w(1-w)y_{t-1} + w(1-w)^2 y_{t-2} + \dots + w(1-w)^{t-2} y_2 + (1-w)^{t-1} y_1$$



Příklad: exponenciální vyrovnání



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Analýza sezónní složky



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Dekompoziční model: $y_t = T_t + P_t + \varepsilon_t$

P_t - periodická složka (sezónní, cyklická)

$$P_t = S_t + C_t$$

Cíl analýzy: nalézt vhodný model **periodické složky**

Metody: - harmonická analýza

- exponenciální vyrovnání (Wintersův model)

- modely sezónnosti (konstantní, proporcionální)



Příklad: sezónní časová řada, lineární trend



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Počet ubytovaných, lineární trend

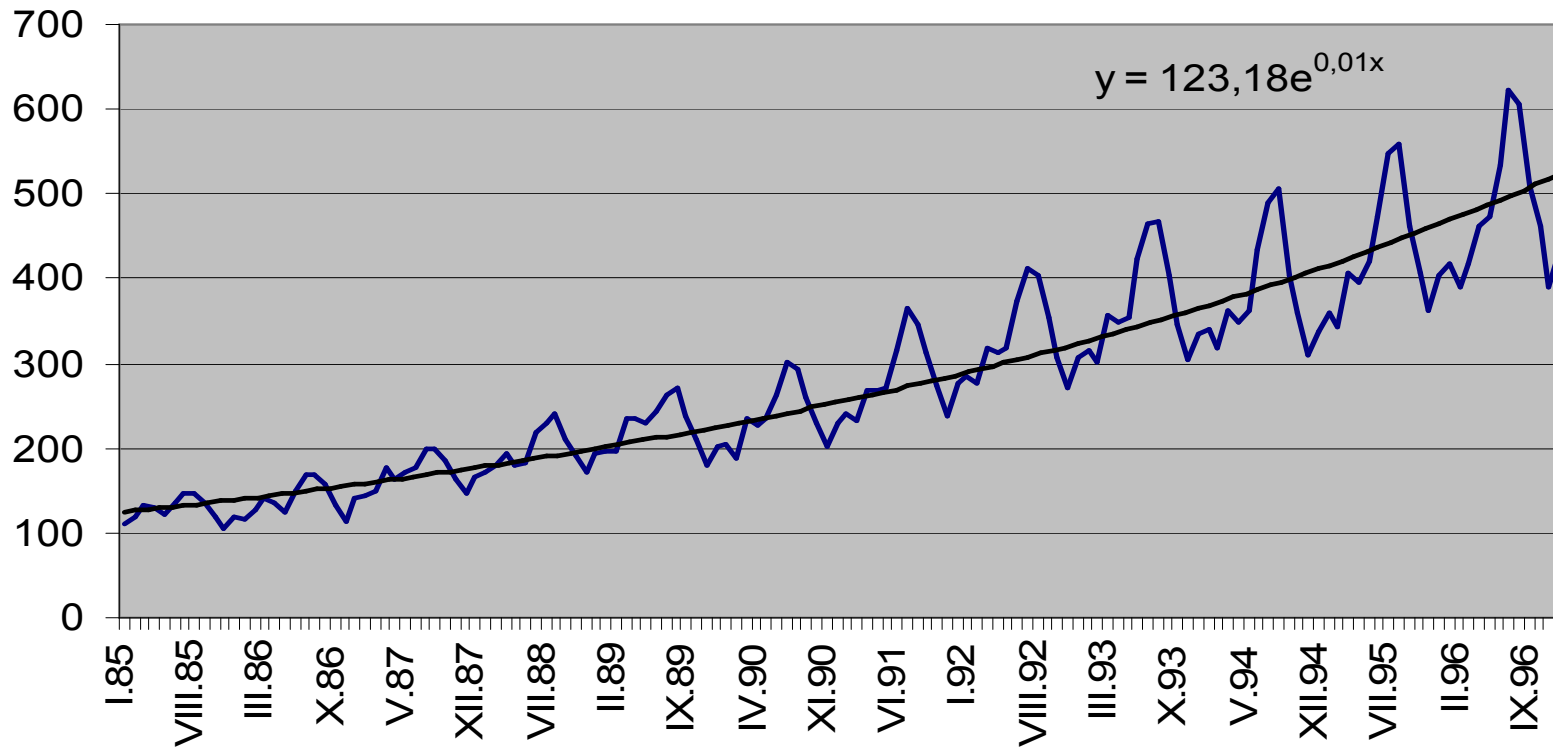


Příklad: sezónní časová řada, exponenciální trend



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Počet cestujících SABENA

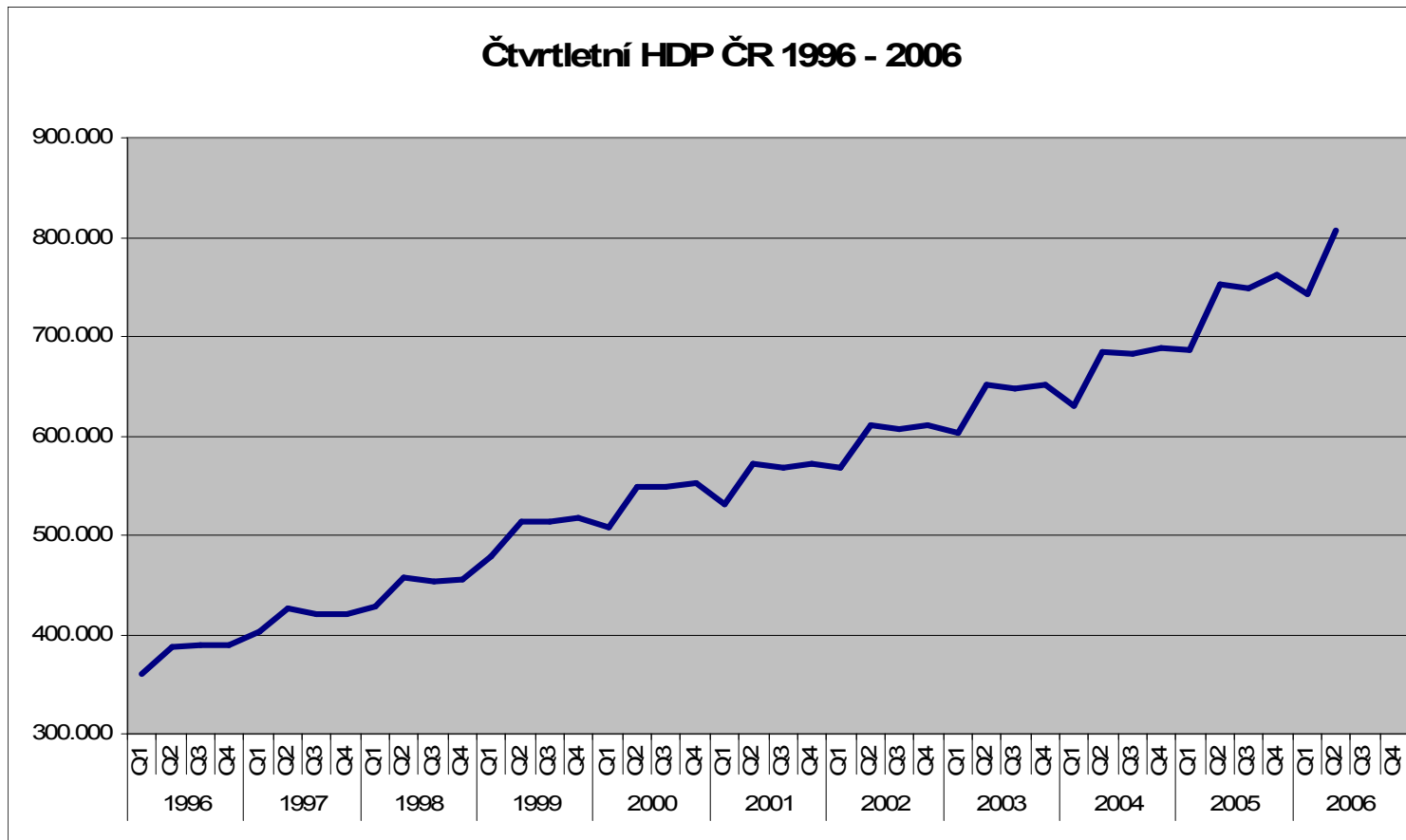


Příklad: časová řada s cyklickou složkou



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Čtvrtletní HDP ČR 1996 - 2006



Příklad – odstranění trendu



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

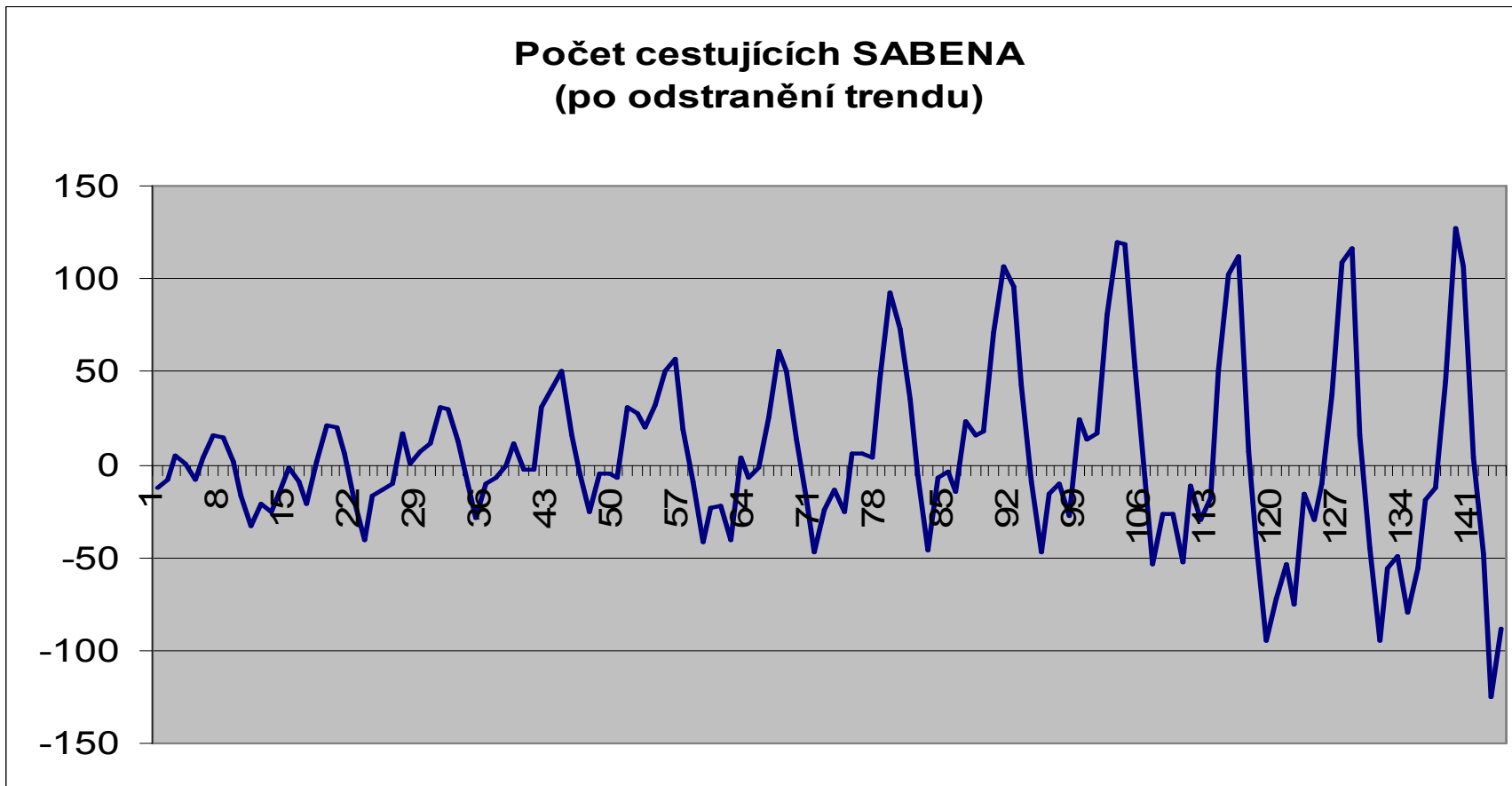


Příklad – odstranění trendu



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

**Počet cestujících SABENA
(po odstranění trendu)**



Harmonická analýza



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- **Základní idea - vyjádřit periodickou složku jako součet určitého počtu vln známých periodických goniometrických funkcí :**
- *sinus a kosinus*

- $$P_t = \sum_{j=1}^H (\alpha_j \sin \omega_j t + \beta_j \cos \omega_j t) \quad , t = 1, 2, \dots, n$$

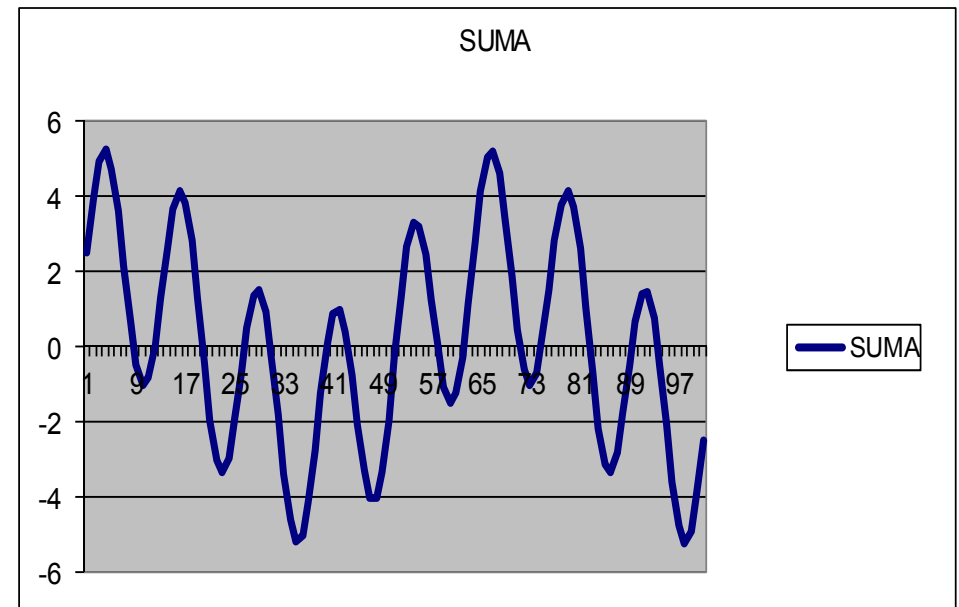
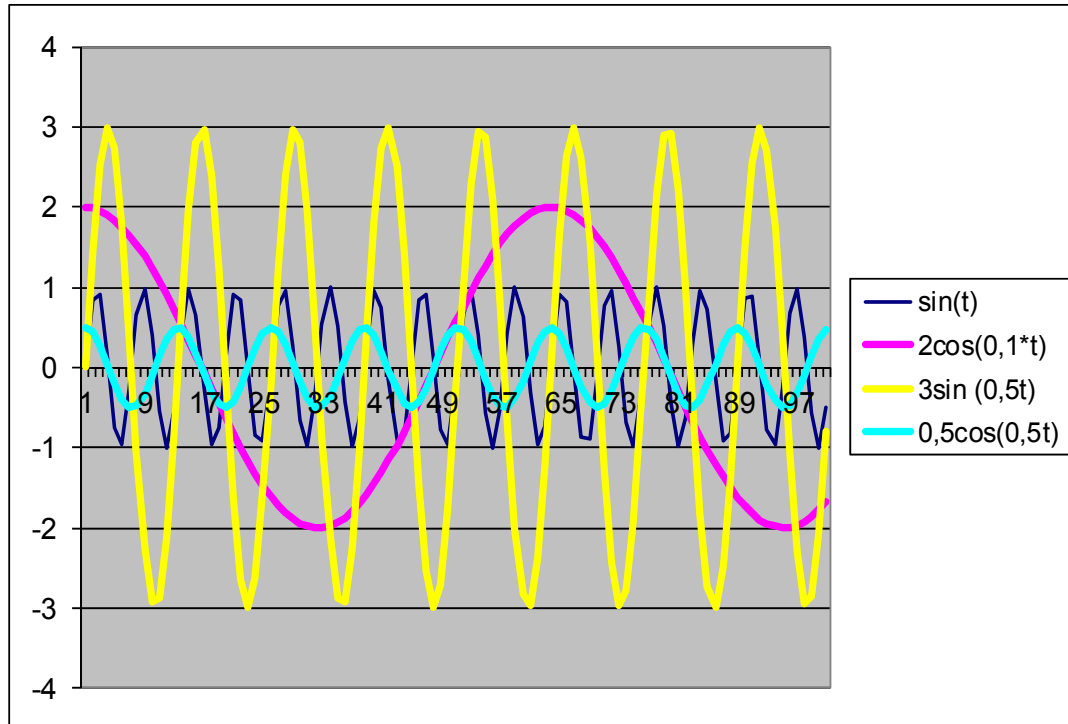
trigonometrický polynom



Příklad



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Stanovení regresních koeficientů



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Metodou nejmenších čtverců se vypočítají
bodové odhady m , a_j , b_j
regresních parametrů μ , α_j , β_j takto:

$$m = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t = \bar{y}$$

$$b_j = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \cos \omega_j t$$

$$a_j = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n y_t \sin \omega_j t$$

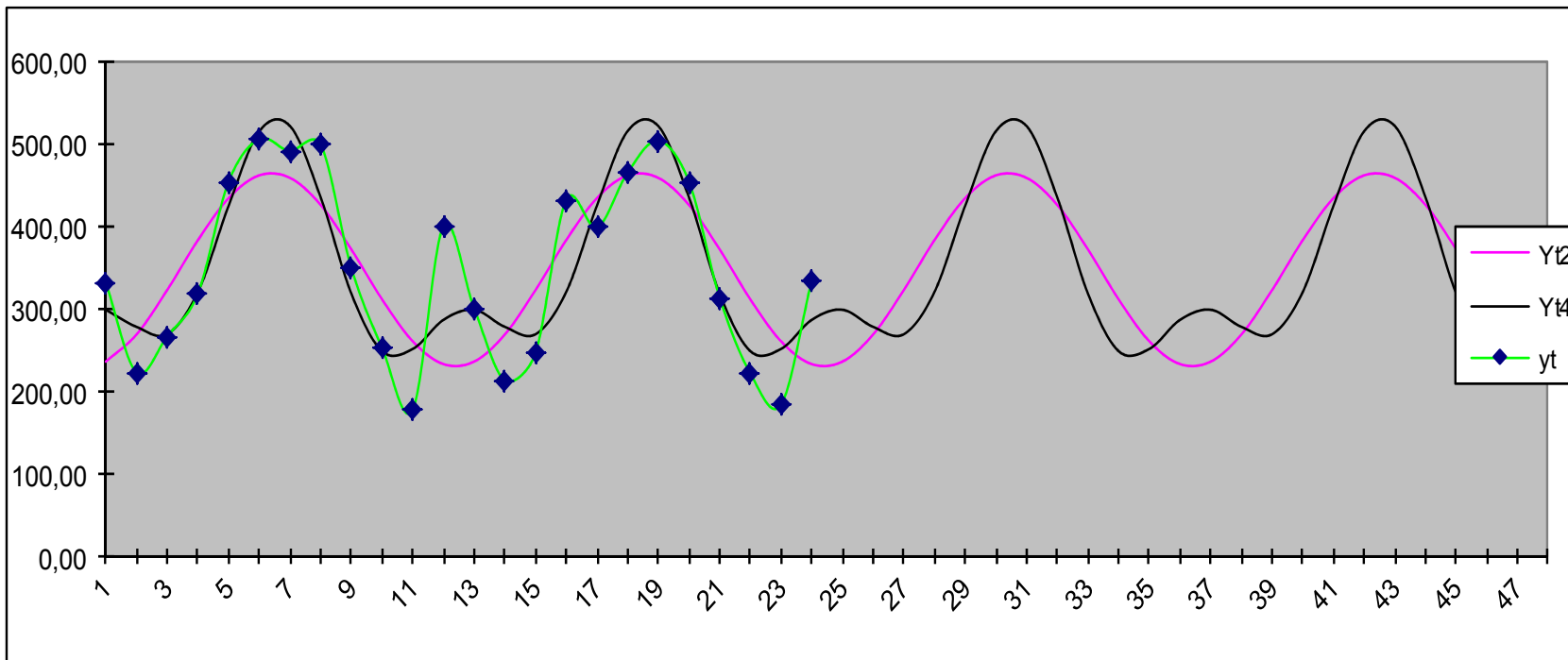
$$\omega_j = 2\pi \frac{j}{n}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$



Příklad – výsledek harmonické analýzy



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ





Děkuji Vám za pozornost!!!

