

# Statistické zpracování dat 9.přednáška

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**

OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



EVROPSKÁ UNIE  
Evropské strukturální a investiční fondy  
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



# Analýza časových řad (1)



# Obsah přednášky

---



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

- Typy ekonomických časových řad (ČŘ)
- Elementární charakteristiky ČŘ
- Modely ekonomických ČŘ
- Analýza trendové složky



# Typy ekonomických časových řad



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

- **Cíl AČŘ:** zkoumání dynamiky ekonomických jevů
- **AČŘ** je vedena snahou po:  
**vysvětlení minulosti a  
předvídání budoucnosti**
- **Definice ČŘ:** posloupnost věcně a prostorově srovnatelných (**číselných** nebo nečíselných) pozorování uspořádaná v čase směrem minulost → přítomnost → (budoucnost)



# Členění časových řad

---



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

## 1. Charakteru:

- intervalové (očišťování ČR)
- okamžikové (chronologický průměr)

## 2. Periodicity:

- dlouhodobé (roční a delší,...)
- krátkodobé (kvartální, měsíční,...)

## 3. Druhů číselných hodnot (ukazatelů):

- absolutní (očištěné)
- odvozené (součtové, poměrové)



# Očištění časové řady



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

VZOREC:

$$\text{OčÚ} = \text{PůvÚ} * \text{PrůmDélkaInt} / \text{DélkaInt}$$
$$\text{PrůmInt} = 30,42$$

Měsíc	Interval /počet dnů/	Původní údaje tržby	Očištěné údaje tržby
1	31	2400	2355
2	28	2134	2318
3	31	2407	2362
4	30	2445	2479
5	31	2894	2840
6	30	3354	3401
7	31	3559	3492
8	31	3515	3449
9	30	3225	3270
10	31	3063	3006
11	30	2694	2732
12	31	2600	2551



# Základní charakteristiky časových řad

---



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

- absolutní diference  
(1., 2. a vyšších řádů)
  
- koeficienty růstu



# Absolutní diference :

## 1. řádu:

$$\Delta^{(1)} y_t = y_t - y_{t-1}, t = 2, 3, \dots, n.$$

## Vyšších řádů:

$$\Delta^{(2)} y_t = \Delta^{(1)} y_t - \Delta^{(1)} y_{t-1} = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}, t = 3, 4, \dots, n,$$

$$\Delta^{(3)} y_t = \Delta^{(2)} y_t - \Delta^{(2)} y_{t-1} = y_t - 3y_{t-1} + 3y_{t-2} - y_{t-3}, t = 4, 5, \dots$$



# Koeficient růstu

$$k_t = \frac{y_t}{y_{t-1}} \qquad k_{t,m} = \frac{y_{t,m}}{y_{t-1,m}} \qquad t - \text{rok, } m - \text{měsíc}$$

Průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n-1} \sum_{t=2}^n \Delta^{(1)} y_t = \frac{y_n - y_1}{n-1}$$

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{k_2 k_3 \dots k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

# Výpočet základních charakteristik časové řady



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

Roky	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Mzda	2980	3110	4500	5650	7460	8930	10670	12820	13250
$\Delta^{(1)}y$	.	130	1390	1150	1810	1470	1740	2150	430
$k$	.	1,04	1,45	1,26	1,32	1,2	1,19	1,20	1,03

Průměrný absolutní přírůstek:

$$\bar{\Delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{13250 - 2980}{8} = 1283,75$$

Průměrný koeficient růstu:

$$\bar{k} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[8]{\frac{13250}{2980}} = 1,205$$



# Chronologický průměr

ČŘ:  $y_1, y_2, y_3, y_4, \dots, y_n$

Vzdálenost časových okamžiků:  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_{n-1}$

$$\bar{y}_{ch} = \frac{\frac{y_1 + y_2}{2} d_1 + \frac{y_2 + y_3}{2} d_2 + \dots + \frac{y_{n-1} + y_n}{2} d_{n-1}}{d_1 + d_2 + \dots + d_{n-1}}$$

Použití: **okamžikové časové řady**

**Poznámka:** speciální případ – ekvidistantní intervaly  $d_1 = d_2 = d_3 = \dots = d_{n-1} = d$

# Příklad – chronologický průměr



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KALVÍNĚ

Datum	Počet zam.	$\bar{y}_i$	$d_i$	$\bar{y}_i d_i$
1.1.	280	$(280+270)/2=275$	31	8525
1.2.	270	$(270+280)/2=275$	28	7700
1.3.	280	$(280+250)/2=265$	31	8215
1.4.	250	$(250+240)/2=245$	30	7350
1.5.	240	x	x	x
Součet	x	x	120	31790

$$y_{ch} = 31790/120 = 265$$





## Matematická formule (zákonitost) vyjadřující závislost ekonomické veličiny $y$ na časové veličině $t$



# Modely ekonomických časových řad



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

## 1. Dekompoziční:

- aditivní

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

- multiplikativní

$$y_t = T_t \cdot S_t \cdot C_t \cdot \varepsilon_t$$



# Modely ekonomických časových řad



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

## 2. ARIMA:

- AR, MA

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + a_t + \psi_1 a_{t-1}$$

- I (náhodná procházka)

$$y_t = y_{t-1} + a_t$$

- ARIMA, SARIMA, VAR, GARCH aj.



# Dekompoziční model - aditivní

---



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

$$y_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

- trendová složka
- sezónní a cyklická složka
- náhodná složka

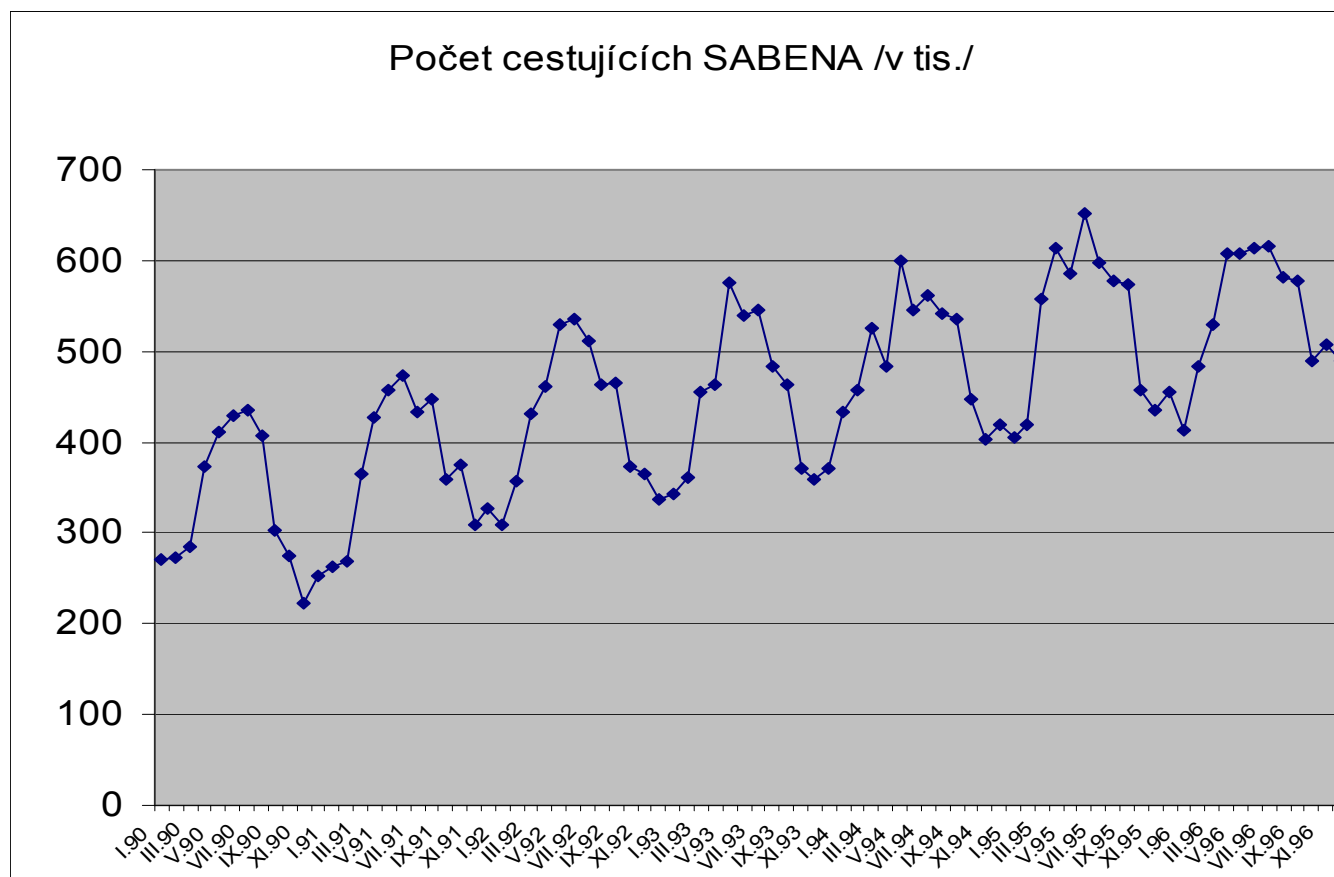




# Příklad – grafické znázornění



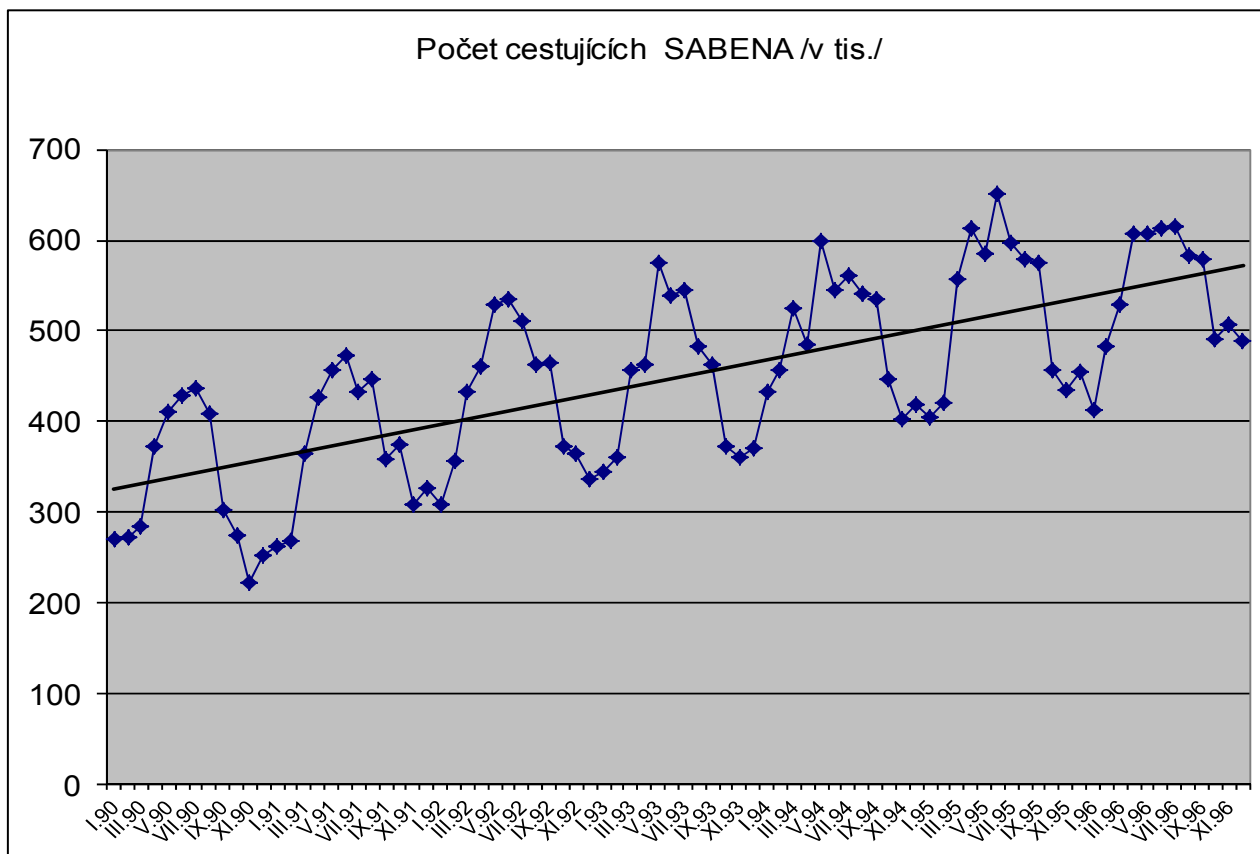
**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



# Příklad – trendová přímka



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



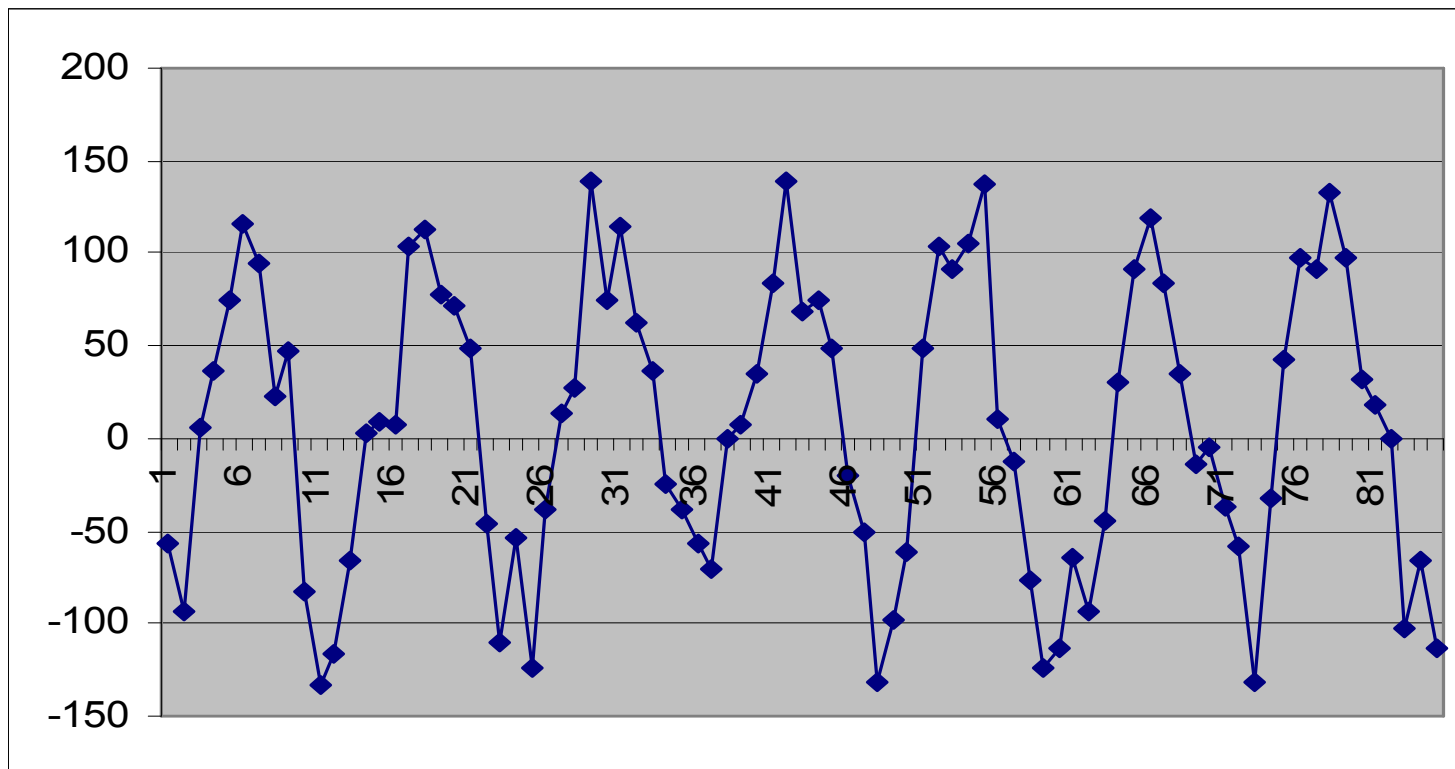
$$T_t = 2,77 \cdot t + 336,11$$



# Příklad – časová řada po odečtení trendu



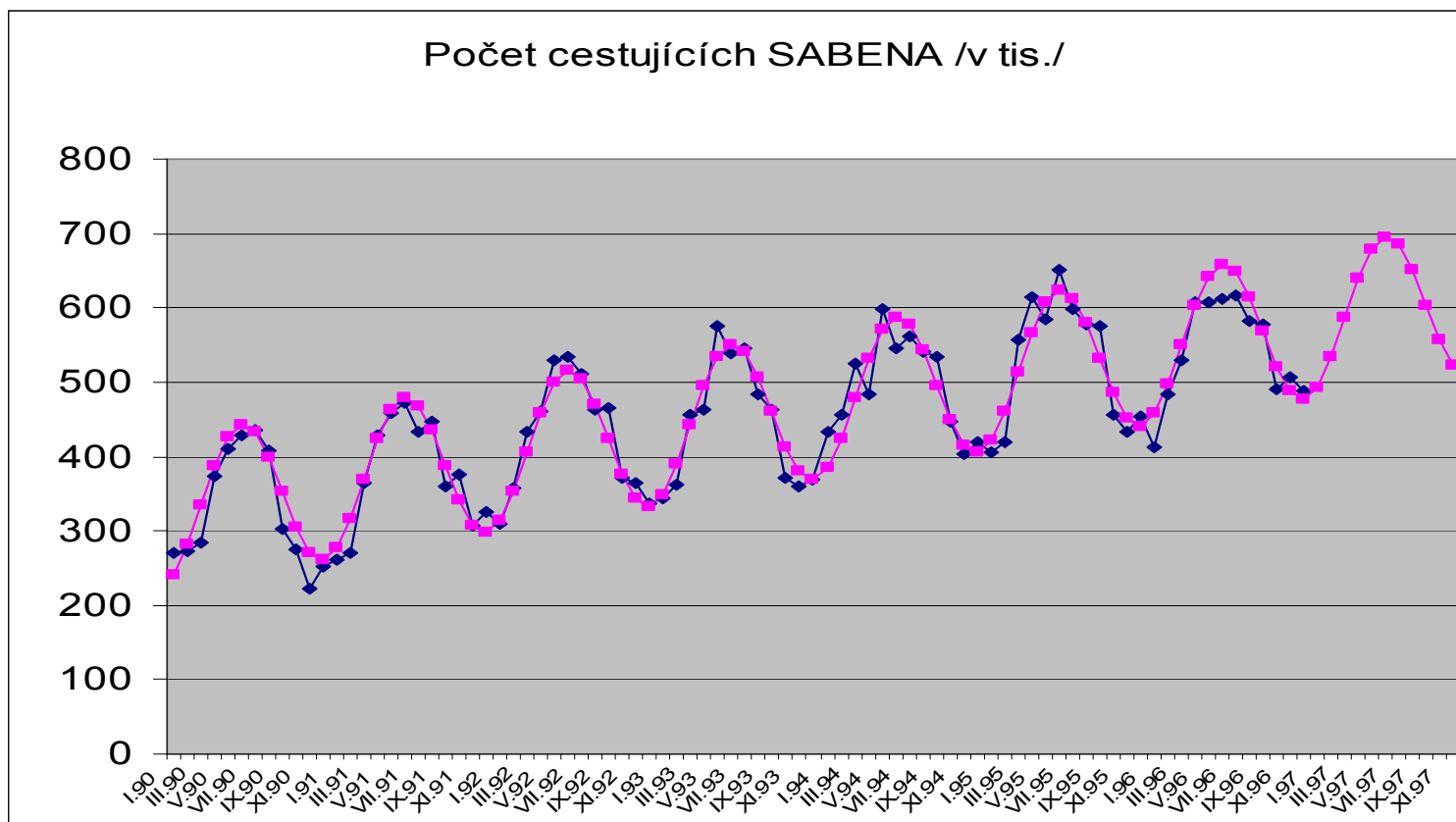
**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



# Příklad – predikce časové řady



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



# Metody dekompozice

---



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

## 1. Analytické:

- regresní analýza (MNČ, MMV - Excel)

## 2. Syntetické:

- klouzavé průměry
- exponenciální vyrovnaní  
(jednoduché, Holtovo, Wintersovo aj.)

MNČ = Metoda Nejmenších Čtverců

MMV = Metoda Maximální Věrohodnosti



# Analýza trendové složky

---



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

- **jediným faktorem** vývoje dynamiky analyzovaného ukazatele **je čas  $t$**
- trendová složka představuje nejdůležitější komponentu analyzované časové řady
- dva obecné přístupy:  
*analytický a syntetický*



# Transformace časové osy

---



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

- Skutečné časové údaje (datum, roky aj.) → celá čísla
- lichý počet údajů:  $t' = t - \bar{t}$
- sudý počet údajů:  $t' = 2(t - \bar{t})$
- platí vždy:  $\sum t' = 0$



# Transformace



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

## Transformovaná časová proměnná při sudém $n$

Rok	2012	2013	2014	2015	2016	2017
$t$	1	2	3	4	5	6
$t'$	-5	-3	-1	1	3	5

## Transformovaná proměnná při lichém časová $n$

Rok	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
$t$	1	2	3	4	5	6	7
$t'$	-3	-2	-1	0	1	2	3





# Lineární trend



$$T_t = B_0 + B_1 t$$

$B_0, B_1$  - jsou neznámé parametry,  $t$  je čas (transformovaný)

$b_0, b_1$  - odhady neznámých parametrů MNČ

*Normální rovnice* k vypočtu odhadů parametrů:

$$\sum y_t = b_0 n + b_1 \sum t \quad \Rightarrow \quad b_0 = \frac{\sum y_t}{n}$$

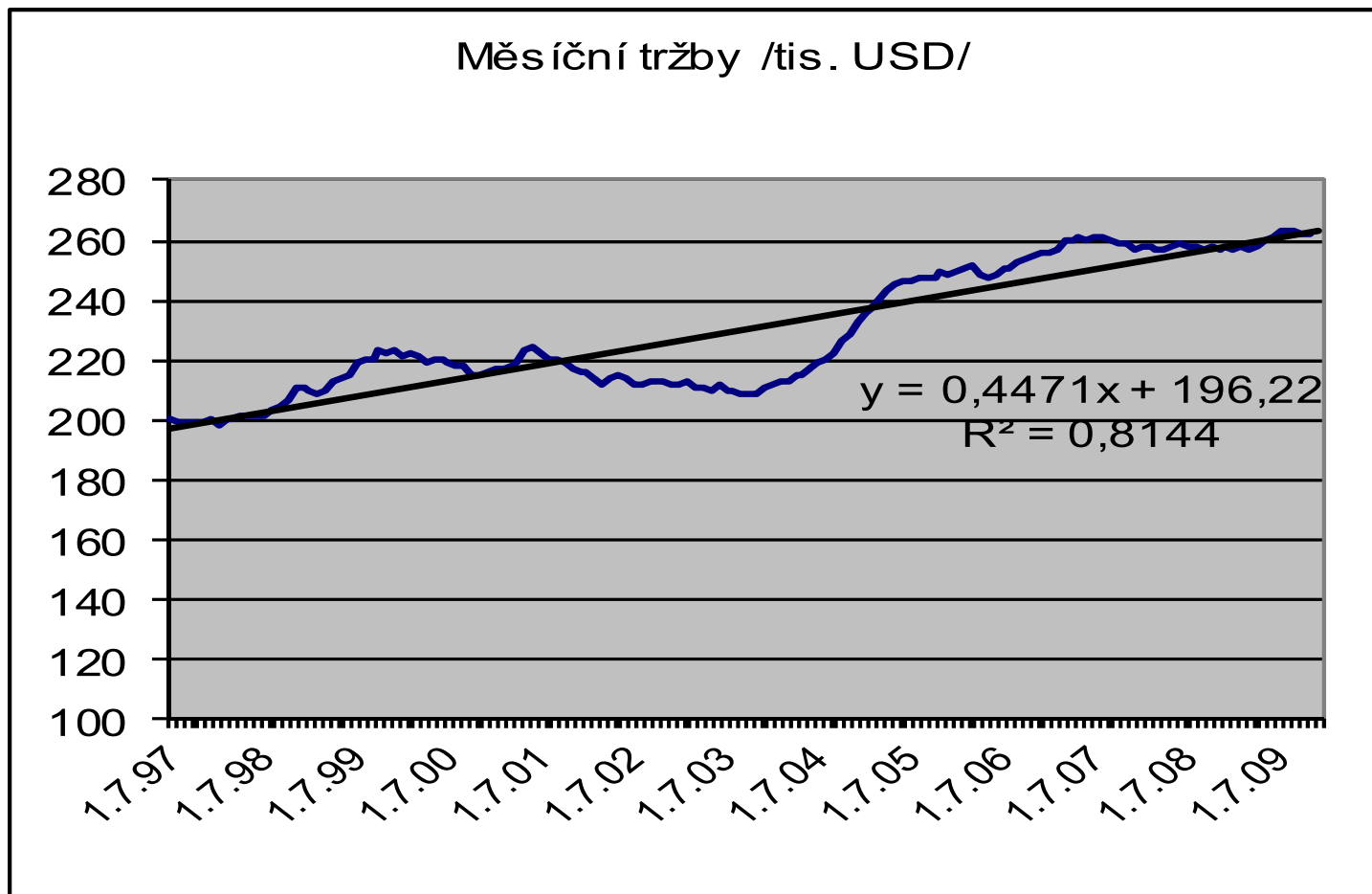
$$\sum ty_t = b_0 \sum t + b_1 \sum t^2 \quad \Rightarrow \quad b_1 = \frac{\sum t'y_t}{\sum (t')^2}$$



# Příklad lineárního trendu



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



# Kvadratický trend



SLEZSKÁ  
UNIVERZITA  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ

$$T_t = B_0 + B_1 t + B_2 t^2$$

$B_0, B_1, B_2$  - neznámé parametry,  $t$  - čas

Odhadneme pomocí MNČ (vzorce komplikované)

*Excel:* Poklepaní na graf → Přidat spojnicí trendu

→ Možnosti → Zobrazit rovnici regrese,

„Zobrazit hodnotu spolehlivosti R“ (??? překlad do JČ)

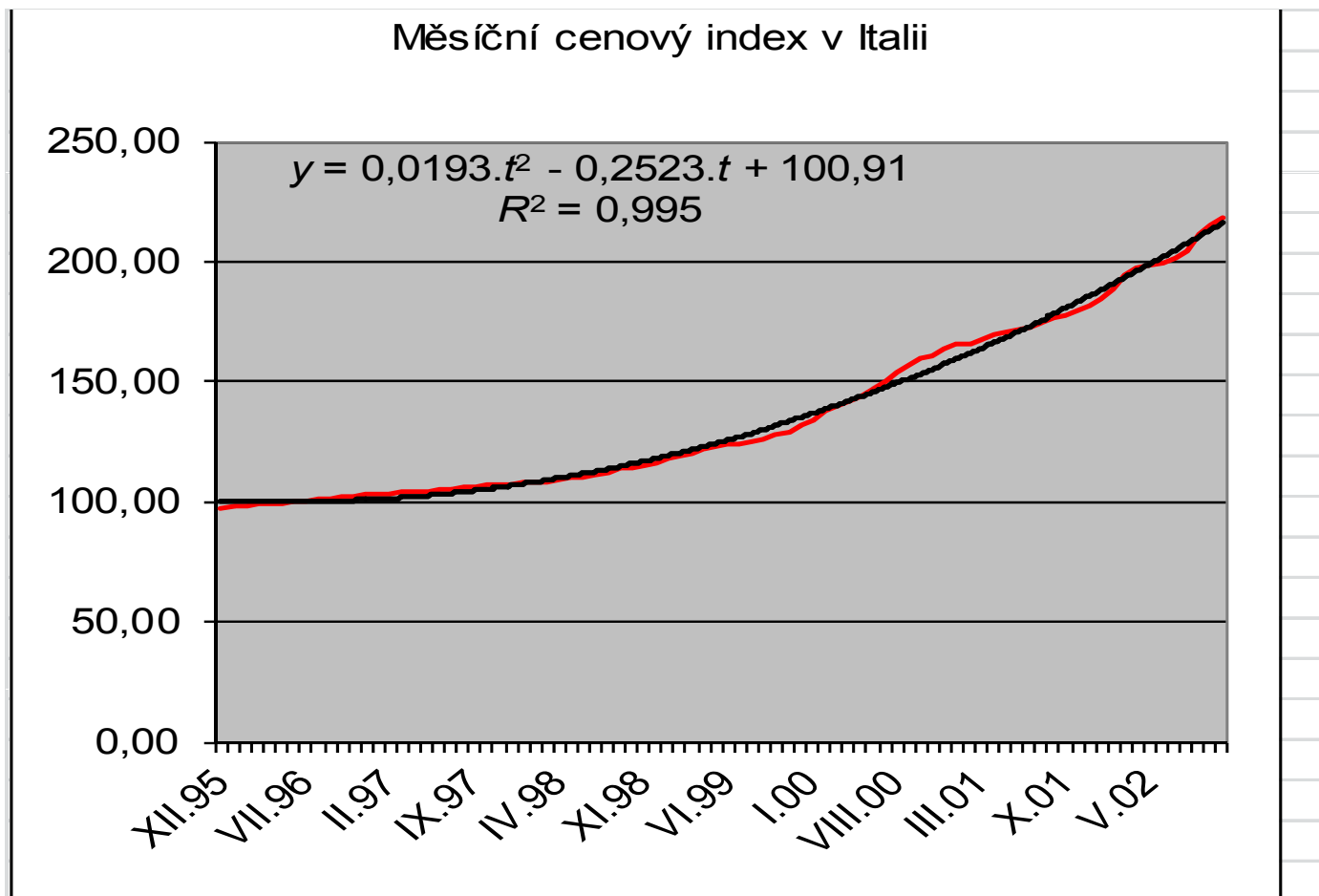
$$R^2 = \frac{S_T}{S_y} = 1 - \frac{S_R}{S_y} \quad - \text{koeficient determinace}$$



# Příklad kvadratického trendu



**SLEZSKÁ  
UNIVERZITA**  
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ  
FAKULTA V KARVINĚ



## Mocninný trend

$$T_t = B_0 t^{B_1} \rightarrow \text{transformace:}$$

$$\ln T_t = \ln B_0 + B_1 \ln t$$

logaritmováním převedeme na lineární model

$$T'_t = B'_0 + B_1 t'$$

$B'_0 = \ln B_0$ ,  $B_1$  - neznámé parametry,  $T'_t = \ln T_t$ ,  $t' = \ln t$

$b'_0, b_1$  - odhady neznámých parametrů MNČ

$b_0$  - získáme odlogaritmováním:  $b_0 = e^{b'_0}$

## Exponenciální trend

$$T_t = B_0 e^{B_1 t} = B_0 \exp(B_1 t) \quad \rightarrow$$

$$\ln T_t = \ln B_0 + B_1 t$$

logaritmováním převedeme na lineární model

$$T'_t = B'_0 + B_1 t$$

$B'_0 = \ln B_0$ ,  $B_1$  - neznámé parametry,  $T'_t = \ln T_t$

$b'_0, b_1$  - odhady neznámých parametrů MNČ

$b_0$  - získáme odlogaritmováním

## Logistický trend

$$T_t = \frac{K}{1 + B_0 B_1^t}$$

$B_0, B_1, K$  - neznámé parametry,  $K > 0$  – výška „asymptoty“

$b_0, b_1, k$  - odhady neznámých parametrů MNČ, nebo

metodou vybraných bodů



# Děkuji Vám za pozornost!!!

