# Statistické zpracování dat
# 3. prezentace

# Jednoduchá regresní analýza

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

# Závislosti mezi kvantitativními statistickými znaky

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Problém závislosti 2 znaků řeší
  jednoduchá regresní analýza (lineární a nelineární)
- **Příklad**: *Závislost zisku z prodeje výrobku na výdajích za reklamu*
- Východiskem je vždy grafické znázornění
- Mírami závislosti jsou regresní koeficienty, resp. koeficienty determinace (a korelace)
- Někdy je výhodné využít z kvantitativních dat pouze ordinální informaci (tj. uspořádání) a aplikovat ANOVA
- Míry asociace mezi více znaky řeší vícenásobné regresní a korelační metody

# Příklad – výdaje na reklamu

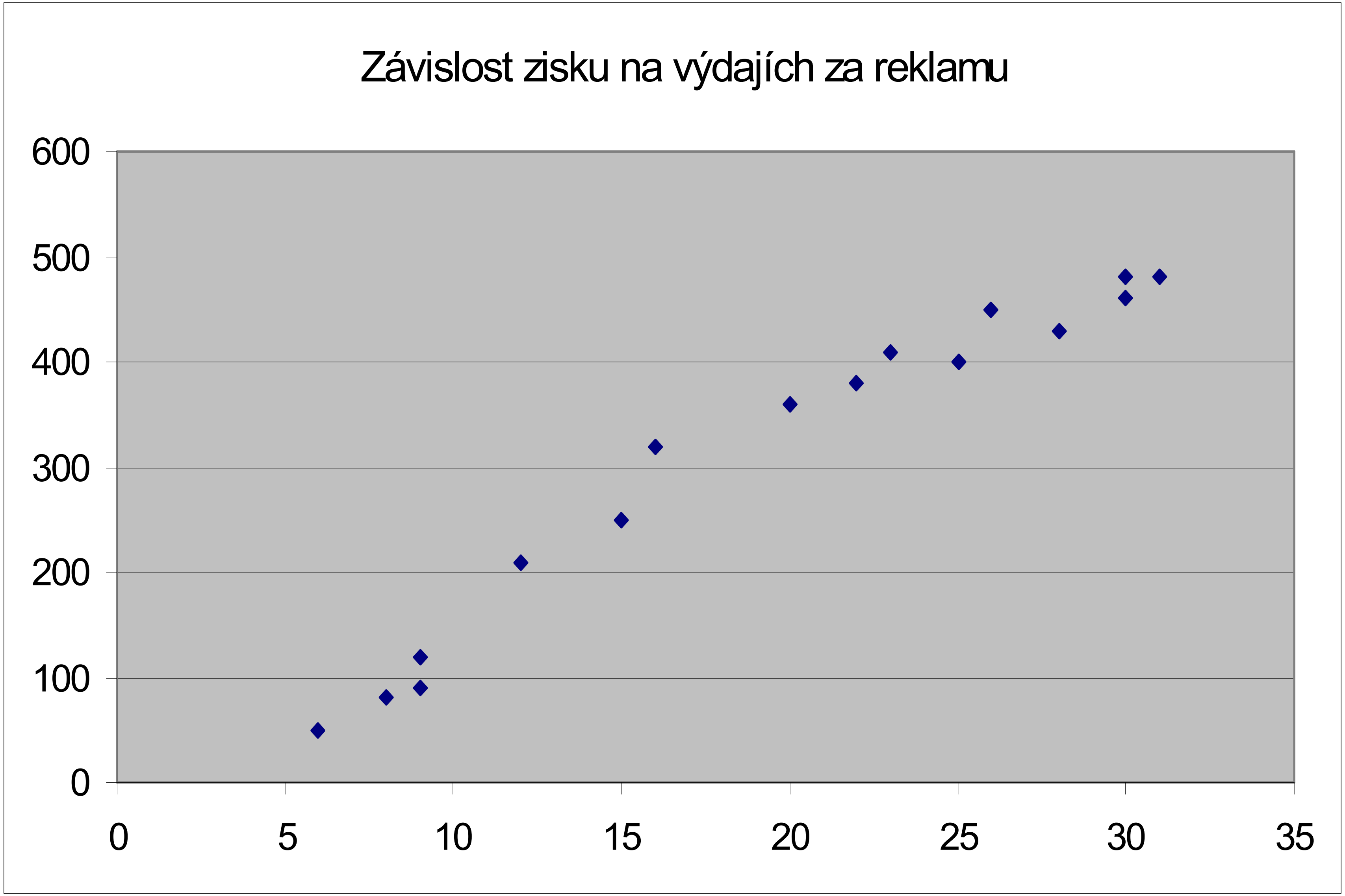
ANOVA JRA

| č. firmy | Výdaje na reklamu | Výdaje na reklamu | Zisk |
|---|---|---|---|
| 1 | malé | 6 | 50 |
| 2 | malé | 8 | 80 |
| 3 | malé | 9 | 90 |
| 4 | malé | 9 | 120 |
| 5 | středně velké | 12 | 210 |
| 6 | středně velké | 15 | 250 |
| 7 | středně velké | 16 | 320 |
| 8 | středně velké | 20 | 360 |
| 9 | středně velké | 22 | 380 |
| 10 | středně velké | 23 | 410 |
| 11 | velké | 25 | 400 |
| 12 | velké | 26 | 450 |
| 13 | velké | 28 | 430 |
| 14 | velké | 30 | 460 |
| 15 | velké | 30 | 480 |
| 16 | velké | 31 | 480 |

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

# Příklad – grafické znázornění

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ



# Jednoduchá (jednorozměrná) lineární RA



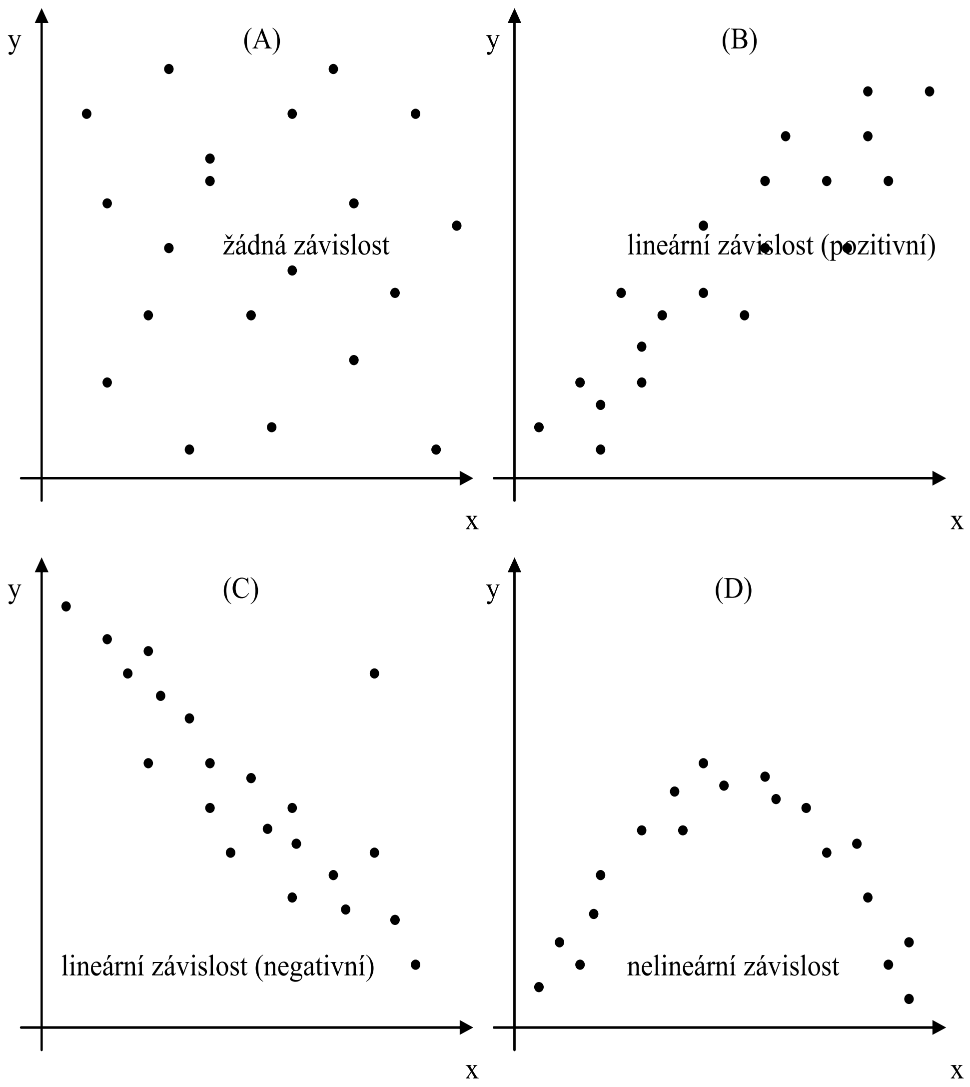
- Východiskem je vždy grafické znázornění
- Uspořádání bodů má tvar přímky

regresní přímka: $$Y = B_0 + B_1 X$$

**regresní model**: $$y_i = B_0 + B_1 x_i + \varepsilon_i,\ i = 1,2,\ldots n$$

- **Cíl**: nalezení nejlepších odhadů regresních koeficientů

# Bodový diagram (Scatter diagram)



# Metoda nejmenších čtverců

**(K. F. Gauss, 1777 – 1855)**

- Data – body: $(x_1,y_1), (x_2,y_2),\ldots,(x_n,y_n)$
- Odhady regresních koeficientů $B_0$, $B_1$:

$$\sum_{i=1}^{n} \left(y_i - (b_1 x_i + b_0)\right)^2 \to \min$$

$$\boxed{b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\bar{x}\,\bar{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2} \qquad b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}}$$

# Metoda nejmenších čtverců

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

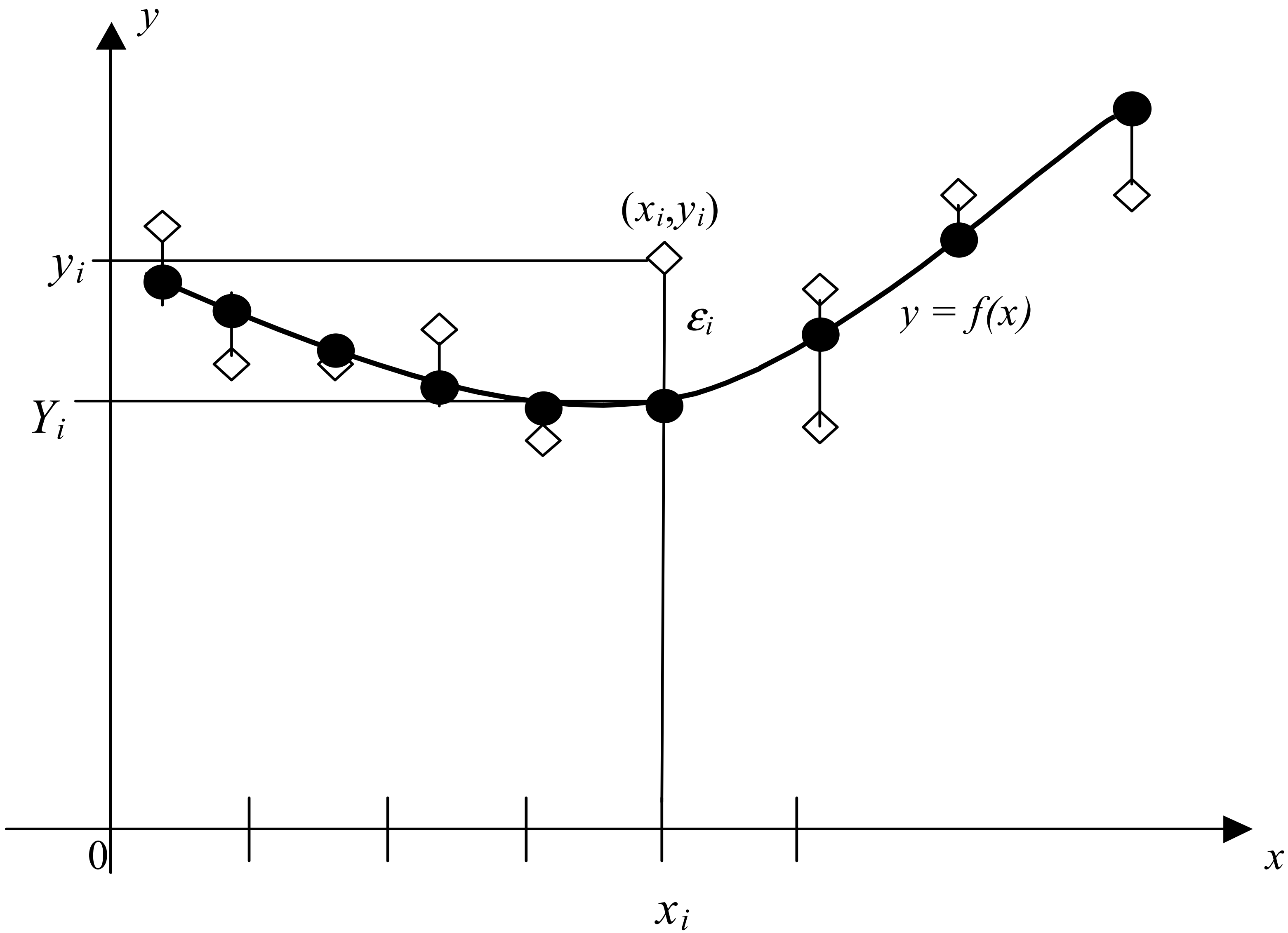
- Interpretace regresních koeficientů:

$b_0$ - úroveň kritéria $y$ při nulové úrovni prediktoru $x$

$b_1$ - přírůstek kritéria $y$ při jednotkovém přírůstku prediktoru $x$

# Přiléhavost dat k regresní křivce

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ



# Přiléhavost regresní přímky k datům

- Teoretický součet čtverců: $$S_T = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \bar{y})^2$$

$Y_i$ - teoretické hodnoty („na regresní přímce“)

- Reziduální součet čtverců: $$S_R = \sum_{i=1}^{n} (y_i - Y_i)^2$$
- Celkový součet čtverců: $$S_y = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$
- Platí vztah: $S_y = S_T + S_R$

# Přiléhavost regresní přímky k datům



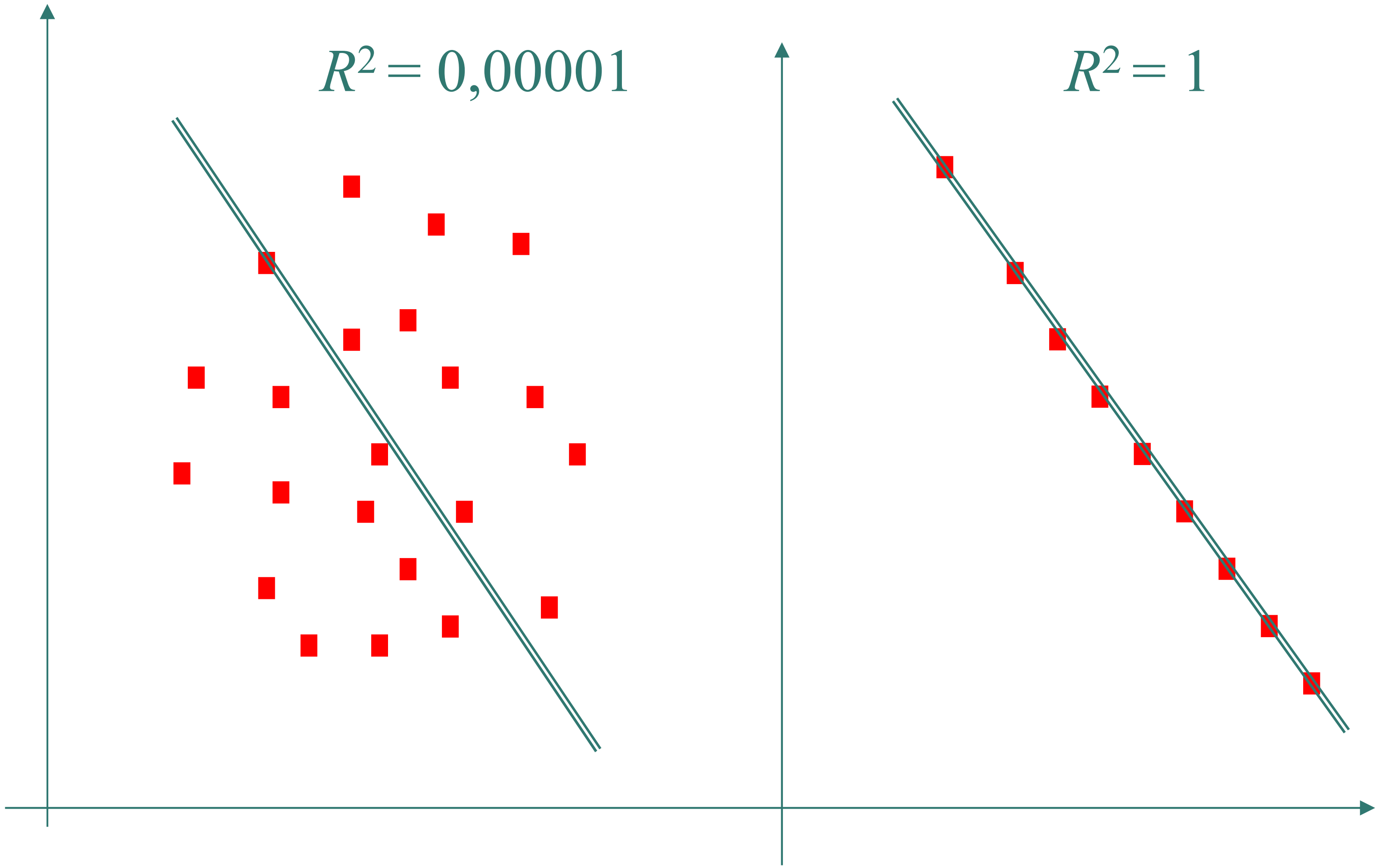
**Koeficient determinace** –
míra přiléhavosti dat k regresní křivce:

$$R^2 = \frac{S_T}{S_y} = 1 - \frac{S_R}{S_y}$$

- Platí: $0 \leq R^2 \leq 1$
- Pozor! $R^2$ má platnost pro libovolný typ regresní funkce!

# Extrémní hodnoty koeficientu determinace $R^2$

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ



# Klasický jednoduchý lineární regresní model

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

## Předpoklady:

1. Vysvětlující proměnná $X$ je nestochastická – vyplývá z povahy problému

2. **Střední hodnota náhodné chyby $\varepsilon$ je 0**, tj.
   $E(\varepsilon) = 0$ – pro MNČ vždy splněno!

3. **Rozptyl náhodné chyby $\varepsilon$ je konstantní**, tj.
   $Var(\varepsilon) = \sigma^2$ - test, např. Chi-kvadrát (**Homoskedasticta**)

4. **Náhodné chyby $\varepsilon$ jsou nekorelované**, tj. **Autokorelace** = 0, tj. $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ pro $i \neq j$ – test nulovosti korelačního koeficientu

5. **Náhodná chyba má normální rozdělení**,
   tj. $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$ – test normality

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

# Děkuji Vám za pozornost!!!