Příprava ke zkoušce

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

FIU/BPFPM

Finanční a pojistná matematika

Ing. Roman Hlawiczka, Ph.D.
Katedra financí a účetnictví

Příklad

Uložili jsme částku 12.000 Kč na vkladní knížku. Jaká bude výše kapitálu za 3 roky při složeném úročení polhůtním, jestliže úrokové období je roční a úroková sazba činí 12.5% p.a. ? správná odpověď:

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Pro výpočet budoucí hodnoty kapitálu při složeném úročení polhůtním můžeme použít vzorec:

FV = PV * (1 + r/n)^(n*t),

kde:

FV je budoucí hodnota kapitálu,

PV je počáteční vklad (12 000 Kč),

r je úroková sazba (12,5% nebo 0,125),

n je počet úrokových období za rok (u vás je to půl roku, tj. 2),

t je počet let (3 roky).

Při dosazení hodnot do vzorce dostaneme:

FV = 12 000 * (1 + 0,125/2)^(2*3) = 12 000 * (1 + 0,0625)^6 = 12 000 * (1,0625)^6 ≈ 17 085,94 Kč.

Příklad

Kolik uspoříme za jeden rok, ukládáme-li počátkem každého měsíce částku 1.000 Kč, při roční úrokové sazbě 12% p.a. ? správná odpověď: 12 780,-Kč

Pro výpočet uspořeného množství za jeden rok, kdy ukládáte 1 000 Kč na začátku každého měsíce, můžeme použít vzorec pro budoucí hodnotu běžných platby (annuity) s roční úrokovou sazbou:

FV = PMT * [(1 + r)^n - 1] / r,

kde:

FV je budoucí hodnota (co chcete spočítat),

PMT je pravidelná platba (1 000 Kč),

r je roční úroková sazba (12% nebo 0,12),

n je počet období za rok (12, protože ukládáte měsíčně).

Při dosazení hodnot do vzorce dostaneme:

FV = 1 000 * [(1 + 0,12)^12 - 1] / 0,12 ≈ 12 780 Kč.

Příklad

Na investičního poradce (vázaného zástupce investičního zprostředkovatele) se obrátili Adam a Eva. Oba mají 30 let a plánují společný život. Chtějí poradit s naplněním své finanční nezávislosti, což pro ně znamená mít ve svých 60 letech 3 mil. Kč. Adam má čistý příjem 30 000 Kč měsíčně, Eva 20 000 Kč měsíčně. Jejich výdaje jsou celkem 40 000 Kč měsíčně (včetně splátky hypotéky 15 000 Kč měsíčně).

Otázka: Adama a Evu zajímá, kolik by asi měli pravidelně měsíčně investovat, aby za 30 let měli naspořeny cca 3 mil. Kč v nominální hodnotě, při průměrném zhodnocení investice včetně výnosů 6 % p. a. (použijte složené úročení).

Pro výpočty dlouhodobých investic je v praxi nutno použít složené úročení (složené úročení anuity, resp. budoucí hodnota anuity). Pro odhad správné odpovědi stačí spočítat vklady za 30 let (včetně jejich zúročení): 1. odpověď: 500 000 Kč, 2. odpověď: přibližně 1,5 mil. Kč, 3. odpověď: přibližně 3 mil. Kč, 4. odpověď: přibližně 5 mil. Kč. Poradce by měl díky své praxi vyloučit špatné odpovědi (1., 2. a 4.). Platí tedy pravidlo, že při pravidelné investici 1000 Kč měsíčně a prům. výnosu 6 % p. a. bude mít po 30 letech klient cca 1 mil. Kč. Pro získání 3 mil. Kč tak musí investovat přibližně 3 tis. Kč.

ŠOBA, Oldřich a Martin ŠIRŮČEK. Finanční matematika v praxi. 2., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2017. Partners. ISBN 978-80-271-0250-1. od str. 75

Příklad

Investičního zprostředkovatele osloví nový zákazník, který má zájem investovat část svých úspor.

Otázka: Pokud má podílový list zakoupený zákazníkem v okamžiku investice hodnotu 1 000 Kč a následně po dobu 3 let vzroste jeho hodnota vždy o 5 % p.a., jaká bude jeho hodnota zaokrouhlená na celé Kč po uplynutí 3 let od okamžiku investice? Ignorujte vstupní poplatky a průběžné poplatky za správu investice.

Pokud se investice zhodnotí každý rok o ideální hodnotu 5 %, po uplynutí 3 let má investice hodnotu 1157,63 Kč, tedy zaokrouhleně **1158 Kč.** Při výpočtu se jedná o využití složeného úročení, protože doba úročení je delší než jeden rok, resp. než jedno (roční) úrokové období. FV = PV*(1+r)^t

ŠOBA, Oldřich a Martin ŠIRŮČEK. Finanční matematika v praxi. 2., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2017. Partners. ISBN 978-80-271-0250-1. str. 49.

Příklad

Jaká je výše pohledávky o velikosti 150.000 Kč za 6 měsíců, při úrokové sazbě 15% p.a. ?

odpověď: 161 250,- Kč

Pro výpočet výše pohledávky za 6 měsíců při úrokové sazbě 15% p.a. můžeme použít vzorec pro budoucí hodnotu s jednorázovým vkladem:

$$FV = PV * (1 + r)^t,$$

kde:

- FV je budoucí hodnota (hledaná výše pohledávky),
- PV je počáteční hodnota (150 000 Kč),
- r je roční úroková sazba (15 %, což odpovídá 0,15),
- t je doba v letech (6 měsíců, což odpovídá 0,5 roku).

Nyní můžeme dosadit hodnoty do vzorce a spočítat FV:

$$FV = 150,000 * (1 + 0.15)^{0.5}.$$

Nejprve spočítáme hodnotu v závorce:

$$(1.15)^{0.5} \approx 1.072380529.$$

Nyní můžeme dosadit tuto hodnotu do vzorce a spočítat FV:

$$FV \approx 150,000 * 1.072380529 \approx 161,357.08 Kč.$$

Tedy výše pohledávky za 6 měsíců při úrokové sazbě 15% p.a. bude přibližně 161,357.08 Kč.
Zaokrouhlením na celé tisíce dostaneme odpověď 161,250 Kč.

Příklad

Jak velkou částku musíme dnes při neměnné úrokové sazbě 6 % p.a. uložit novorozenému dítěti, aby v 19 letech mělo takový kapitál, který by mu zabezpečoval po dobu 7 let (do 26 let věku) měsíční polhůtní důchod ve výši 3.000 Kč?

Řešení

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Řešení příkladu

Pro řešení využijeme vztah *(6-10)*, do něhož dosadíme za x = 3.000, n = 7, i = 0,06, k = 19, m = 12:

$$K = v^k \cdot m \cdot x \cdot (1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i) \cdot \frac{1-v^n}{i} = 1{,}06^{-19} \cdot 12 \cdot 3.000 \cdot (1 + \frac{11}{24} \cdot 0{,}06) \cdot \frac{1-1{,}06^{-7}}{0{,}06} = 68.248{,}39$$

K zabezpečení měsíčních výplat ve výši 3.000 Kč, které se začnou vyplácet za 19 let a budou trvat 7 let, musíme dnes uložit 68.248,39 Kč.

*

Příklad

Jaká částka nám (a našim pozůstalým) zajistí čtvrtletní polhůtní věčný důchod ve výši 5.000 Kč při neměnné roční úrokové sazbě 4 % p.a.?

Řešení

Řešení příkladu

Dosadíme za jednotlivé veličiny $\boldsymbol{x} = 5.000$, $\boldsymbol{m} = 4$, $\boldsymbol{i} = 0{,}04$. Podle vztahu *(6-15)* platí:

$$D = \frac{m \cdot x \cdot (1 + \frac{m-1}{2 \cdot m} \cdot i)}{i} = \frac{4 \cdot 5.000 \cdot (1 + \frac{3}{8} \cdot 0{,}04)}{0{,}04} = 507.500$$

K tomu, aby bylo možno věčně získávat každé čtvrtletí částku 5.000 Kč, musíme při dané úrokové sazbě (míře výnosu) uložit (investovat) částku 507.500 Kč. *

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Jaké typy úročení jsou na finančním trhu využívány?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	lineární a nelineární
B	jednoduché a složené
C	anuitní a perpetuitní
D	progresivní a degresivní

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Tabulka, která obsahuje dlužné platby, lhůty a podmínky vztahující se ke splacení těchto částek, rozčlenění každé splátky ukazující umořování jistiny, úrok vypočítaný na základě úrokové sazby a veškeré dodatečné náklady, se nazývá:

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	tabulkou úročení
B	tabulkou úvěrování
C	tabulkou umoření
D	tabulkou oddlužení

Otázka: Při jinak stejných parametrech úvěru - kterou sazbu zvolíte, pokud chcete minimalizovat náklady na úvěr?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	2,09 % p.a.
B	1,99 % p.q.
C	3,1 % p.s.
D	1,89 % p.m.

Otázka: Z čeho se skládá tzv. magický investiční trojúhelník?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	vklad, výnos, výdaj
B	výpočet zisků a ztrát v určitém časovém úseku
C	příjem, výdaj, rodinný rozpočet
D	riziko, výnos, likvidita

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Co je to degresivní splácení?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	Takový typ splácení neexistuje.
B	Výše splátky je v čase vzrůstající.
C	Výše splátky je po celou dobu trvání úvěru, nebo po dobu dohodnuté pevné zápůjční úrokové sazby stejná.
D	Výše splátky je v čase klesající.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Způsob splácení úvěru, při kterém se v čase v rámci splátky zvyšuje podíl úmorů a snižuje podíl úroků, nazýváme:

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	anuitní
B	diskontní
C	eskontní
D	úrokově lineární

Otázka: Roční procentní sazba nákladů se označuje zkratkou:

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	PRPSN
B	RSN
C	RPSN
D	PSN

Otázka: Spočítejte úroky z úvěru splatné první měsíc, když znáte následující parametry: výše úvěru 100 000 Kč, anuitní splácení, úrokový standard 360/360, úroková sazba 4,8 % p.a., splatnost 6 let, poplatek za zpracování úvěru splatný jednorázově v hotovosti po uzavření úvěrové smlouvy, ale ještě před čerpáním úvěru.

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	500 Kč
B	600 Kč
C	300 Kč
D	**400 Kč**

Otázka: Z jakých předpokladů vychází tzv. "německá metoda" výpočtu délky časového intervalu?

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	Rok má 360 dnů.
B	Použije se skutečný počet dnů v měsíci.
C	Měsíc má 30 dnů.
D	Rok má 365 dnů.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Čím se vyznačuje anuitní splátka úvěru?

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	Je hrazena pravidelně.
B	Hradí se jako sankce v případě nesplácení úvěru.
C	Její výše při neměnné úrokové sazbě je stále stejná.
D	Platí se jednorázově před čerpáním hypotečního úvěru.

Otázka: Co tvoří anuitní splátku?

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	akontace
B	úmor
C	poplatek za správu úvěru
D	úrok

Otázka: Způsob splácení úvěru, při kterém se v čase v rámci splátky zvyšuje podíl úmorů a snižuje podíl úroků, nazýváme:

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	úrokově lineární
B	eskontní
C	diskontní
D	**anuitní**

Otázka: Úroková míra znamená:

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	rozdíl vypůjčené a splacené částky z úvěru vyjádřený v konkrétní měně
B	navýšení zapůjčené částky za stanovené období vyjádřené v procentech
C	jiný výraz pro směnný kurz
D	úrok vyjádřený v procentech z hodnoty kapitálu

Otázka: Časová hodnota peněz je:

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	metoda sloužící k porovnání hodnoty peněžních částek z různých časových období
B	matematické vyjádření inflace v ekonomice
C	efektivní úroková míra
D	založena na myšlence, že peníze mají v různém okamžiku různou hodnotu a hodnota peněz se v průběhu času mění

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Z čeho se skládá anuitní splátka?

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	z jistiny, úroku, rezervy a poplatků
B	z úroku a úmoru
C	z úroku a splátky jistiny
D	z jistiny a tvorby rezervy

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Do celkových nákladů spotřebitelského úvěru na bydlení a tím i do roční procentní sazby nákladů se zahrnují:

Odpovědi (Více správných odpovědí)

A	náklady související s neplněním povinností vyplývajících ze smlouvy o spotřebitelském úvěru
B	splátky spotřebitelského úvěru
C	správní poplatky spojené se zápisem vlastnického práva do katastru nemovitostí
D	náklady na doplňkové služby, jsou-li povinné pro získání spotřebitelského úvěru

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Co se ve finanční matematice označuje pojmem "složené úročení"?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	postup výpočtu úroku, při kterém se předpokládá rok dlouhý 360 dnů a měsíc dlouhý skutečný počet dnů; označuje se také jako metoda ACT/360
B	postup výpočtu úroku, při kterém se po uplynutí každého úrokovacího období přičte úrok za toto období k úročené částce a v dalších úrokovacích obdobích se spolu s ní také dále úročí
C	postup výpočtu úroku, při kterém se předpokládá rok dlouhý 360 dnů a měsíc dlouhý 30 dnů; označuje se také jako metoda 360/360
D	postup výpočtu úroku, při kterém se částky úroku dále neúročí, úrok se počítá stále z počáteční jistiny

Otázka: Úroková sazba kreditních karet se často používá s dovětkem "p.m." (např. 1,99 % p.m.). O jakou úrokovou míru se jedná?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	kvartální
B	měsíční
C	roční
D	jedná se o sankční sazbu pro případ prodlení s řádnou splátkou

Otázka: Pojem "jednoduché úročení" ve finanční matematice označuje:

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	postup výpočtu úroku, při kterém se po uplynutí každého úrokovacího období přičte úrok za toto období k úročené částce a v dalších úrokovacích obdobích se spolu s ní také dále úročí
B	postup výpočtu úroku, při kterém se předpokládá rok dlouhý 360 dnů a měsíc o délce rovné skutečnému počtu dnů v měsíci
C	postup výpočtu úroku, při kterém se předpokládá rok dlouhý 360 dnů a měsíc dlouhý 30 dnů
D	postup výpočtu úroku, při kterém se částky úroku dále neúročí, úrok se počítá stále z počáteční jistiny

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Co je to úmor?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	splátka úroků u dluhu
B	splácení konkrétní části spotřebitelského úvěru na bydlení
C	splátka jistiny u dluhu
D	splátka jistiny i úroků v jedné pravidelně se opakující částce

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: Adama a Evu zajímá, kolik by asi měli pravidelně měsíčně investovat, aby za 30 let měli naspořeny cca 3 mil. Kč v nominální hodnotě, při průměrném zhodnocení investice včetně výnosů 6 % p. a. (použijte složené úročení).

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	1 500 Kč.
B	500 Kč.
C	5 000 Kč.
D	**3 000 Kč.**

Pro výpočty dlouhodobých investic je v praxi nutno použít složené úročení (složené úročení anuity, resp. budoucí hodnota anuity). Pro odhad správné odpovědi stačí spočítat vklady za 30 let (včetně jejich zúročení): 1. odpověď: 500 000 Kč, 2. odpověď: přibližně 1,5 mil. Kč, 3. odpověď: přibližně 3 mil. Kč, 4. odpověď: přibližně 5 mil. Kč. Díky znalostem byste měli vyloučit špatné odpovědi (1., 2. a 4.). Platí tedy pravidlo, že při pravidelné investici 1000 Kč měsíčně a prům. výnosu 6 % p. a. bude mít po 30 letech klient cca 1 mil. Kč. Pro získání 3 mil. Kč tak musí investovat přibližně 3 tis. Kč.

ŠOBA, Oldřich a Martin ŠIRŮČEK. Finanční matematika v praxi. 2., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2017. Partners. ISBN 978-80-271-0250-1. od str. 75

SLEZSKÁ

Na investičního poradce (vázaného zástupce investičního zprostředkovatele) se obrátil Tomáš Marný (45 let). Jeho příjem je 60 000 Kč měsíčně, výdaje 50 000 Kč měsíčně. Do 3 let si chce koupit vlastní byt v hodnotě kolem 3 000 000 Kč. Poradce nemá povolení k poskytování služby investičního poradenství. Uvažujte s tím, že banky poskytují hypotéky s LTV 80 %.

Otázka: Kolik peněz si je schopen Tomáš za 3 roky naspořit? Je jeho cíl reálný?

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	Ano, je reálný, může investovat cca 10 000 Kč měsíčně. Za 3 roky si tak naspoří potřebných 20 % vlastních zdrojů.
B	Ne, není reálný, musel by investovat alespoň 26 000 Kč, aby za 3 roky měl potřebných 20 % vlastních zdrojů.
C	Ano, je reálný, stačí investovat 4 000 Kč měsíčně. Za 3 roky si tak naspoří potřebných 20 % vlastních zdrojů.
D	**Ano, je reálný za předpokladu, že ušetří dalších 6 000 Kč měsíčně. Musí totiž investovat cca 16 000 Kč, aby za 3 roky měl potřebných 20 % vlastních zdrojů.**

Tomáš má příjmy 60 000 Kč, výdaje 50 000 Kč. Může odkládat 10 000 Kč. Za 3 roky si tak naspoří 360 000 Kč. Banka však pravděpodobně bude požadovat 20 % vlastních zdrojů = 600 000 Kč. Pro splnění cíle tak musí Tomáš ušetřit dalších 6 000 Kč měsíčně a odkládat 16 000 Kč.

Příp. ŠOBA, Oldřich a Martin ŠIRŮČEK. Finanční matematika v praxi. 2., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2017. Partners. ISBN 978-80-271-0250-1. od str. 49.

Otázka: Pokud má podílový list zakoupený zákazníkem v okamžiku investice hodnotu 1 000 Kč a následně po dobu 3 let vzroste jeho hodnota vždy o 5 % p.a., jaká bude jeho hodnota zaokrouhlená na celé Kč po uplynutí 3 let od okamžiku investice? Ignorujte vstupní poplatky a průběžné poplatky za správu investice.

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	1 150 Kč.
B	**1 158 Kč.**
C	1 155 Kč.
D	1 160 Kč.

Pokud se investice zhodnotí každý rok o ideální hodnotu 5 %, po uplynutí 3 let má investice hodnotu 1157,63 Kč, tedy zaokrouhleně 1158 Kč. Při výpočtu se jedná o využití složeného úročení, protože doba úročení je delší než jeden rok, resp. než jedno (roční) úrokové období. FV = PV*(1+r)^t

ŠOBA, Oldřich a Martin ŠIRŮČEK. Finanční matematika v praxi. 2., aktualizované a rozšířené vydání. Praha: Grada Publishing, 2017. Partners. ISBN 978-80-271-0250-1. str. 49.

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Jaké jsou úrokové náklady úvěru ve výši 180.000 Kč jednorázově splatného za 4 měsíce včetně úroku, je-li úroková sazba 20 % p.a. ?

$$u = \frac{K \;.\; p \;.\; t}{100 \;.\; 360} = \frac{180.000 \;.\; 20 \;.\; 120}{100 \;.\; 360} = 12.000$$

nebo

$$u = K \;.\; i \;.\; n = 180.000 \;.\; 0.20 \;.\; 1/3 = 12.000.$$

Úrokové náklady budou činit částku 12.000 korun.

Příklad Jaká je výše pohledávky za dané období

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Jaká je výše pohledávky o velikosti 150.000 Kč za 6 měsíců, při úrokové sazbě 15 % p. a.?

Jaká je výše pohledávky o velikosti 150.000 Kč za 6 měsíců, při úrokové sazbě 15 % p. a.?

Dosadíme do jednoduchého vztahu: K_0=150.000, i=0.15, n=180/360.

$$K_n = K_0 . (1 + i . n) = 150.000. (1 + 0.15. 0.5) = 161.250$$

Výsledná výše pohledávky ke stanovenému datu bude činit 161.250.- korun.

Příklad Výpočet původní výše kapitálu

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Jak velký počáteční vklad vzroste při 10 % p.a. úrokové sazbě od 12.4. do 24.6. o 150 korun?

i= p/100 = 0.1, u= 150, n= t/360 = 72/360 (dle standardu 30E/360).

$$K_0 = \frac{u}{i.\ n} = \frac{150}{0.1.\ 72/360} = 7.500$$

Původní výše vkladu byla 7.500 Kč.

Příklad Výpočet úrokové sazby

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Při jaké úrokové sazbě bude činit úrok z vkladu 100.000 Kč za 7 měsíců 12.000 Kč?

$u = 12.000,\ n = 7/12,\ K_0 = 100.000$

$$i = \frac{u}{K_0 \quad n} = \frac{12.000}{100.000.\ \ 7/12} = 0.205$$

Úroková sazba je 20.5 % p.a.

Příklad Výpočet počáteční výše úvěru

Jakou sumu se splatností 4 měsíce si můžeme půjčit, máme-li možnost po této době použít na splátku celkem 100.000 korun? Úroková sazba uvažovaná v tomto případě má hodnotu 11 % p.a.

$$K_n = \frac{K_n}{1 + i \, . \, n} = \frac{100.000}{1 \; + \; 0.11 \, . \, 4/12} = \; 96.463,\, 02$$

Můžeme si půjčit částku 96.463,02 Kč.

Příklad Vyplacená částka při eskontu směnky

Vypočtěte, kolik dostane vyplaceno klient, jemuž banka eskontuje směnku o nominální hodnotě 10.000 Kč 35 dní před dobou splatnosti při diskontní sazbě 9 % p.a.

$K_n = 10.000$, $n = 35/360$, $d = 0.09$

$$K_{ob} = K_n . \ (1 - d. \ n) = 10.000. \ (1 - 0.09. \ 35/360) = 9.912,50$$

Klient dostane vyplaceno 9.912,50 Kč.

Vzhledem k tomu, že princip diskontu je shodný s placením úroku na počátku období, jedná se ve své podstatě o **předlhůtní úročení**.

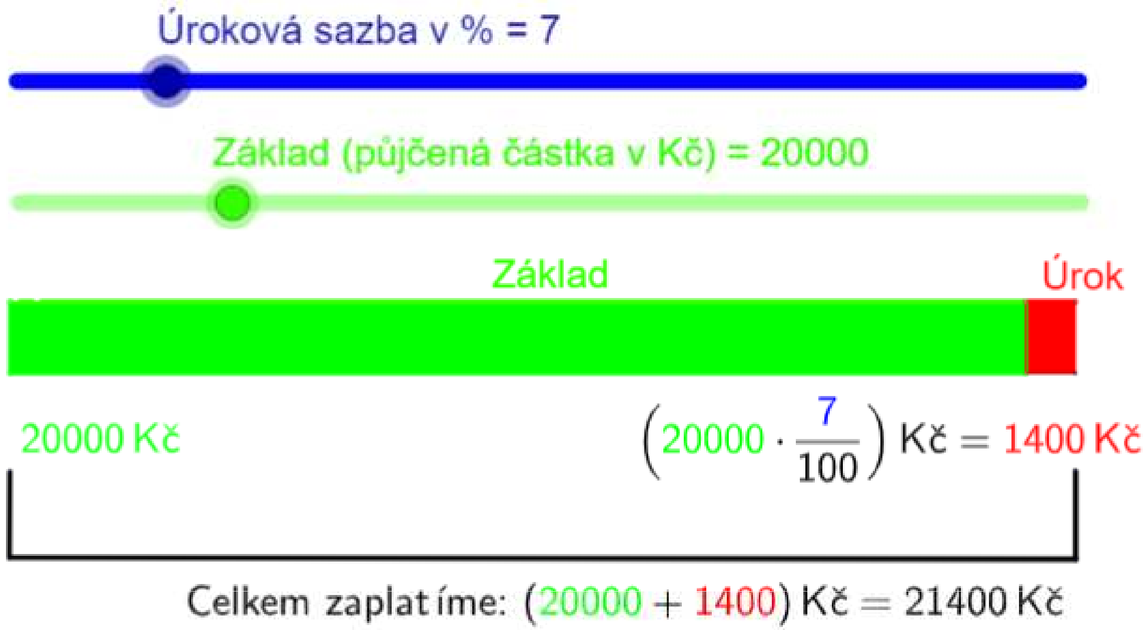
Příklad

Požadujeme banku o půjčku ve výši 20 000 Kč. Banka nám půjčí 20 000 Kč na jeden rok s roční úrokovou sazbou 7 %.

Jak velký bude úrok, který zaplatíme na konci roku bance?

Kolik korun zaplatíme celkem?

Řešení



Úroková sazba v % = 7
Základ (půjčená částka v Kč) = 20000
Základ
Úrok
20000 Kč
$\left(20000 \cdot \frac{7}{100}\right)$ Kč = 1400 Kč
Celkem zaplatíme: (20000 + 1400) Kč = 21400 Kč

Banka zaplatíme úrok $1\,400$Kč.
Celkem banka zaplatíme $21\,400$Kč.

Úrok u ze zapůjčené částky K při úrokové sazbě i spočítáme takto:

$$u = K \cdot . i$$

Již víme, že výše úroku u souvisí s úrokovou sazbou i a kapitálem K. Velmi důležité také časové období, které např. dlužník má půjčené peníze.

Úlohy

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

1. Podnikatel získá od banky půjčku ve výši $500\,000$ Kč na jeden rok s roční úrokovou sazbou $5\,\%$.

   a) Kolik korun činí úrok z úvěru ze zapůjčené částky?

   b) Kolik korun podnikatel zaplatí banku celkem?

Řešení

a) Úrok je $5\,\%$ z částky $500\,000$ Kč, tedy

$$\frac{5}{100} \cdot 500\,000\ \text{Kč} = 0,05 \cdot 500\,000 = 25\,000\ \text{Kč}.$$

b) Podnikatel celkem zaplatí bankovní částku $500\,000\ \text{Kč} + 25\,000\ \text{Kč} = 525\,000\ \text{Kč}$

2. Pan A půjčí panu B částku $30\,000\ \mathrm{K}$č na jeden rok s roční úrokovou sazbou $4\,\%$.

a) Kolik korun činí úrok ze zapůjčené částky?

b) Kolik korun pan A dostane celkem od pana B?

Řešení

a) Úrok je $4\,\%$ z částky $30\,000\ \mathrm{K}$č tedy

$$\frac{4}{100} \cdot 30\,000\ \text{Kč} = 0,04 \cdot 30\,000 = 1\,200\ \text{Kč}.$$

b) Pan A dostane celkem od pana B částky $30\,000\ \text{Kč} + 1\,200\ \text{Kč} = 31\,200\ \text{Kč}$

3. Uložíme do banky částku $200\,000$ Kč na jeden rok. Tento vklad se nám bude úročit jednou ročně na konci daného roku, roční úroková sazba je $6\,\%$ a daň z úroku je $15\,\%$.

a) Kolik korun činí úrok před zdaněním?

b) Kolik korun je úrok po zdanění?

c) Kolik korun celkem obdržíme od banky po jednom roce?

Řešení

a) Úrok před zdaněním je $6\,\%$ z částky $200\,000$ Kč, tedy

$$\frac{6}{100} \cdot 200\,000\ \text{Kč} = 0{,}06 \cdot 200\,000 = 12\,000\ \text{Kč}.$$

b) Úrok po zdanění je $(100 - 15)\,\%$ z částky $12\,000$ Kč, tedy

$$\frac{85}{100} \cdot 12\,000\ \text{Kč} = 0{,}85 \cdot 12\,000 = 10\,200\ \text{Kč}.$$

c) Celkem obdržíme od banky po jednom roce $200\,000\ \text{Kč} + 10\,200\ \text{Kč} = 210\,200\ \text{Kč}$

4. Pan C doloží částku $1\,500\,000\ \text{Kč}$ na jeden rok. Jeho vklad banka bude úročit jednou ročně na konci daného roku. Banka uvádí roční úrokovou sazbu $3,45\,\%$, daň z úroku je $15\,\%$. Banka vyplácí úrok zaokrouhlený na koruny dolů.
   a) Kolik korun činí úrok po zdanění?
   b) Kolik korun celkem obdrží pan C od banky po jednom roce?

Řešení

a) Úrok po zdanění se spočítá následovně:

$$\frac{3,45}{100} \cdot \frac{100-15}{100} \cdot 1\,500\,000\ \text{Kč} = 0,0345 \cdot 0,85 \cdot 1\,500\,000 = 43\,987,5\ \text{Kč} \approx 43\,987\ \text{Kč}.$$

b) Celkem obdrží pan C od banky po jednom roce $1\,500\,000\ \text{Kč} + 43\,987\ \text{Kč} = 1\,543\,987\ \text{Kč}$

Příklad 1

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

- Osoba A vystavila 15. 6. 2007 osobě B směnku s jmenovitou hodnotou 3 000 dolarů s roční úrokovou sazbou 7 %. Datum splatnosti směnky je 15. 12. 2007. 28. 7. 2007 osoba B eskontovala směnku na banku, která účtuje roční diskontní sazbu 8 %. Jakou částku osoba B od banky obdržela?

Řešení:

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

a) Spočítáme splatnou částku K_n směnky pomocí jednoduchého úročení (mezi 15. 6. 2007 a 15. 12. 2007 uplyne 183 dnů).

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + i \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_n = 3\,000 \cdot \left(1 + 0,07 \cdot \frac{183}{360}\right) = 3\,106,75$$

b) Spočítáme vyplacenou částku po srážce diskontu (mezi 28. 7. 2007 a 15. 12. 2007 uplyne 140 dnů).

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_0 = 3\,106,75 \cdot \left(1 - 0,08 \cdot \frac{140}{360}\right) = 3\,010,10$$

Osoba B obdržela od banky 3 010,10 USD.

Příklad 2

Banka odkoupila směnku znějící na 230 000 Kč s dobou splatnosti 1 rok.

a) Jakou používá banka diskontní sazbu, jestliže za směnku vyplatila 200 000 Kč?
b) Jaká je míra zisku pro banku?

Řešení

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

a) Diskontní sazba:

$$d = \frac{K_n - K_0}{K_n \cdot n}$$

$$d = \frac{230\,000 - 200\,000}{230\,000 \cdot \frac{360}{360}} = 13{,}08\ \%$$

Banka používá diskontní sazbu ve výši 13,08 % p.a.[6]

b) Míra zisku pro banku (míra zisku je pouze jiný název pro roční úrokovou sazbu):

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{230\,000 - 200\,000}{200\,000 \cdot \frac{360}{360}} = 15\ \%$$

Míra zisku pro banku byla 15 % p.a.

Příklad 3

Firma eskontovala dne 2. 11. 2007 na banku následující směnky:

	Splatná částka v Kč	Datum splatnosti
1. Směnka A	10 000	9. 11. 2007
2. Směnka B	15 000	2. 12. 2007
3. Směnka C	8 000	7. 12. 2007

Jakou částku firma od banky obdržela, pokud banka používá diskontní sazbu 10 % p.a.?

Řešení

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

a) $K_0 = 10\,000 \cdot \left(1 - 0{,}1 \cdot \frac{7}{360}\right) = 9\,980{,}56$

b) $K_0 = 15\,000 \cdot \left(1 - 0{,}1 \cdot \frac{30}{360}\right) = 14\,875{,}00$

c) $K_0 = 8\,000 \cdot \left(1 - 0{,}1 \cdot \frac{35}{360}\right) = 7\,922{,}22$

Celkem: Směnka A + Směnka B + Směnka C = 32 777,78 Kč.

Firma od banky obdržela 32 778 Kč.

Příklad 4

Stavební firma vydala směnku znějící na částku 1 650 000 se splatností 1. 6. 2008. Obchodní společnost zakoupila tuto směnku 8. 3. 2008 při diskontní sazbě 9,5 % a 5. 4. 2008 směnku prodala při diskontní sazbě 9,3 %. Jaká byla míra zisku pro tuto obchodní společnost?

Řešení:

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

a) Spočteme nákupní cenu směnky – částku po srážce obchodního diskontu (mezi 8. 3. a 1. 6. uplyne 85 dnů):

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_0 = 1\,650\,000 \cdot \left(1 - 0{,}095 \cdot \frac{85}{360}\right) = 1\,612\,990$$

b) Spočteme prodejní cenu směnky – částku po srážce obchodního diskontu (mezi 5. 4. a 1. 6. uplyne 57 dnů):

$$K_0 = K_n \cdot \left(1 - d \cdot \frac{t}{360}\right)$$

$$K_0 = 1\,650\,000 \cdot \left(1 - 0{,}093 \cdot \frac{57}{360}\right) = 1\,625\,704$$

c) Nyní můžeme spočítat míru zisku (mezi 8. 3. a 5. 4. uplyne 28 dnů):

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{1\,625\,704 - 1\,612\,990}{1\,612\,990 \cdot \frac{28}{360}} = 10{,}13\ \%$$

Míra zisku pro obchodní firmu činila 10,13 % p.a.

Příklad 5

Pokladniční poukázka s jmenovitou hodnotou 1 mil. Kč byla emitována 6. 5. se splatností 3. 6. Zpětný odkup proběhne za 998 560 Kč (tj. za jmenovitou hodnotu sníženou o zdanění). Za jakou cenu byly poukázky prodávány, pokud daň činí 15 % z výnosu? Jaká byla míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky?

Řešení

Při obchodech s pokladničními poukázkami se používá standard ACT/360 a mezi 6. 5. a 3. 6. uplyne 28 dnů.

a) Cena v době emise:

$$\text{Daň} = 1\,000\,000 - 998\,560 = 1\,440$$

Daň činí 15 % z výnosu, výnos před zdaněním je tedy:

$$\text{výnos} = \frac{100}{15} \cdot 1\,440 = 9\,600$$

Prodejní cenu spočteme jako jmenovitou hodnotu sníženou o výnos:

$$1\,000\,000 - 9\,600 = 990\,400$$

Poukázky byly prodávány za 990 400 Kč.

b) Míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky:

$$i = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot n}$$

$$i = \frac{998\,560 - 990\,400}{990\,400 \cdot \frac{28}{360}} = 10{,}59\ \%$$

Míra zisku pro kupujícího pokladniční poukázky byla 10,59 % p.a.

Příklad 6

Za kolik dnů byla splatná směnka znějící na částku 100 000 Kč, jestliže za ni banka vyplatila částku 97 250 Kč při diskontní sazbě 15 % p.a.?

Řešení:

$$t = \frac{K_n - K_0}{K_n \cdot d} \cdot 360$$

$$t = \frac{100\,000 - 97\,250}{100\,000 \cdot 0{,}15} \cdot 360 = 66 \text{ dnů}$$

Do splatnosti směnky zbývalo 66 dnů.

Příklad 7

Investor zakoupil dne 3.5.2022 depozitní směnku za její směnečnou hodnotu 100 000 Kč. Ke směnce byla připojena úroková doložka s úrokovou mírou 7% p.a. Směnka byla splatná na viděnou, ne dříve než za 2 měsíce a ne později než za 4 měsíce. Směnka byla předložena k proplacení dne 14.8.2022. Určete výnos z této směnky při standardu 30E/360. Jaká celková částka bude vyplacena investorovi?

Řešení:

Banka vyplatí investorovi po předložení směnky v požadované době směnečnou částku a navíc i úrokový výnos, který vypočteme jako jednoduchý úrok

$$u = 100000 \cdot 0,07 \cdot \frac{101}{360} = 1963,90 \text{ (Kč)}.$$

Výnos z depozitní směnky je 1 963,90 Kč. Investorovi bude celkem vyplaceno 101 963,90 Kč.

- Na účet úročený 3 % p.a. dnes vložíte 10 000 Kč. Jakou sumou budete disponovat za tři roky?

$$C_n = C_0 \times (1+i)^n$$
$$C_n = 10\,000 \times (1+0{,}03)^3$$
$$C_n = 10\,927{,}27\ Kč$$

- Za tři roky budeme disponovat částkou 10 927,27 Kč

- Jakou úrokovou sazbou by musel být úročen běžný účet v bance A s připisováním úroků jednou za rok, aby se vyrovnal běžnému účtu v bance B s měsíčním připisováním úroků a úrokovou sazbou 12 % p.a.?

$$EAIR = (1 + \frac{i}{m})^{m} - 1$$

$$EAIR = (1 + \frac{0{,}12}{12})^{12} - 1$$

$$EAIR = 12{,}68\%$$

- Běžný účet v bance A by musel být úročen úrokovou sazbou ve výši 12,68 % p.a.

Příklad

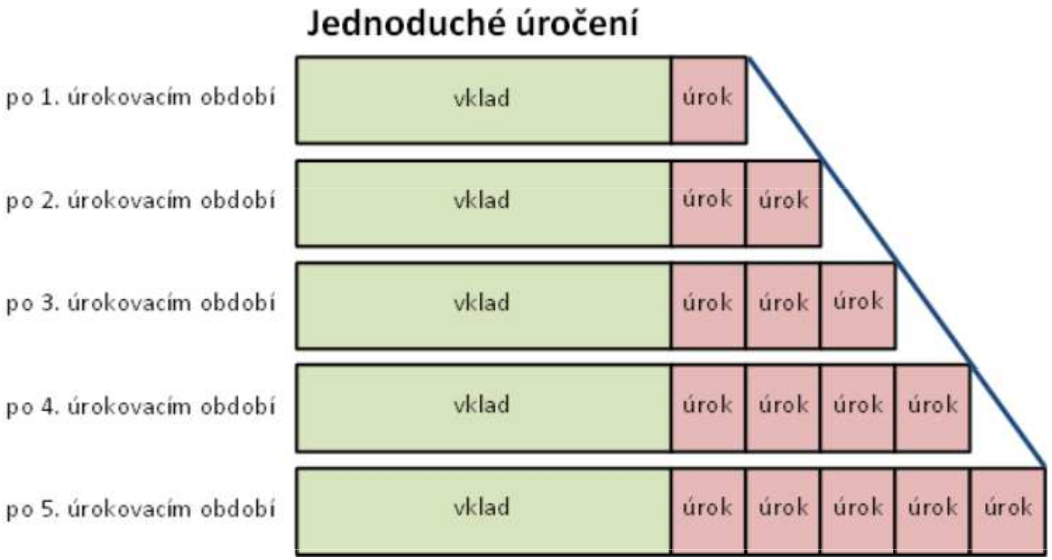
Na začátku roku 2019 vložíme 1 000 000 Kč na 3 roky na bankovní účet. Banka uvádí roční úrokovou sazbu 1 %, úrokovací období je 1 rok. Úrok se přičítá na konci každého roku k již dosažené částce. Neuvažujme daň z úroku.

Jak velká bude výsledná částka na účtě po třech letech?

Řešení

	Vždy na konci roku	
Rok	Úrok v Kč	Stav účtu v Kč
2019	$1\,000\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,000$	$1\,000\,000 + 10\,000 = 1\,010\,000$
2020	$1\,010\,000 \cdot \frac{1}{100} = 10\,100$	$1\,010\,000 + 10\,100 = 1\,020\,100$
2021	$1\,020\,100 \cdot \frac{1}{100} = 10\,201$	$1\,020\,100 + 10\,201 = 1\,030\,301$

Na konci roku 2021 (po třech letech) bude výsledný kapitál
1000000Kč+3·10000Kč=1030000Kč.


Jednoduché úročení
po 1. úrokovacím období
po 2. úrokovacím období
po 3. úrokovacím období
po 4. úrokovacím období
po 5. úrokovacím období
vklad
úrok

Příklad

Jak vzroste částka 10 000 Kč uložená na účtu po dobu 5 let při ročním složeném úročení? Úroková míra je 10% p.a.

Řešení:

Budeme počítat hodnotu K_5 podle základní rovnice pro složené úročení:

$$K_5 = 10000(1 + 0,1)^5 = 16105,10 \text{ (Kč)}.$$

Částka 10 000 Kč vzroste za uvedených podmínek na 16 105,10 Kč.

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Jak velká částka bude vyplacena dlužníkovi, který si vypůjčil 12 000 Kč při diskontní míře 6% p.a. na dobu jednoho roku?

Řešení:

Odpověď nalezneme pomocí vztahu (8)

$$P = 12000(1 - 0,06) = 11280 \text{ (Kč)}.$$

Dlužníkovi bude vyplaceno 11 280 Kč.

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Určete cenu, za kterou lze koupit pokladniční poukázky s nominální hodnotou 10 000 Kč, dobou splatnosti 90 dní při diskontní míře 5,5% p.a

Řešení

$$P = 10000(1 - 0,055\frac{90}{360}) = 9862,50\ (\text{Kč}).$$

Pokladniční poukázky lze koupit za 9 862,50 Kč

Příklad

Jak vzroste částka 10 000 Kč uložená na účtu po dobu 5 let při ročním složeném úročení? Úroková míra je 10% p.a

Řešení

Budeme počítat hodnotu K5 podle základní rovnice pro složené úročení

$$K_5 = 10000(1 + 0,1)^5 = 16105,10 \text{ (Kč)}.$$

Částka 10 000 Kč vzroste za uvedených podmínek na 16 105,10 Kč.

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Jakou částku musíme dnes složit na účet, abychom z něj za 3 roky mohli vybrat 20 000 Kč? Úroková míra je 6% p.a

Řešení

Částka, kterou budeme dnes ukládat, představuje současnou hodnotu částky 20 000 Kč. Podle vztahu dostaneme

$$K_0 = 20000\frac{1}{(1+0,06)^3} = 16792,40\ (\text{Kč}).$$

Na účet dnes musíme složit 16 792,40 Kč

Příklad

Jak velká byla úroková míra, která zúročila vklad 9 000 Kč na 12 500 Kč za 3 roky při ročním složeném úročení?

Řešení:

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

$$i = \sqrt[3]{\frac{12500}{9000}} - 1 = 0,1157.$$

Úroková míra činila 0,115 7, tj. 11,57% p.a

Příklad

Na kolik vzroste vklad 10 000 Kč uložený 5 roků a 3 měsíce při úrokové míře 10% p.a.? Úroky jsou připisovány ročně a dále úročeny s vkladem

Řešení

Doba, po kterou je vklad uložen, vzhledem k frekvenci připisování úroků není celočíselná, půjde tedy o případ smíšeného úročení. Podle vztahu je

$$K_n = 10000(1+0,1)^5(1+0,1\cdot 3/12) = 16507,70\ (\text{Kč}).$$

Vklad vzroste na 16 507,70 Kč.

Příklad

Jaká bude reálná hodnota stokoruny po dvou letech (na konci druhého roku), je-li míra inflace v prvním roce 10% a v druhém 15%?

Řešení:

Na konci prvního roku bude reálná hodnota stokoruny činit

$$\frac{100}{1+0,1} = 90,90\ (\text{Kč}),$$

na konci druhého roku pak $$\frac{\frac{100}{1+0,1}}{1+0,15} = 79,05\ (\text{Kč}).$$

Reálná hodnota neboli kupní síla stokoruny po dvou letech bude činit jen 79,05 Kč.

Vložili jsme na bankovní účet 1 000 000Kč na jeden rok. Úrokovací období je jeden rok a roční úroková sazba je 5%. Míra inflace byla v tomto roce 2%. Daň z úroku neuvažujeme. Jaká byla reálná úroková míra zaokrouhlená na setiny procenta?

Řešení

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

1. Po jednom roce budeme mít částku na bankovním účtě $K_1 = 1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,05)$.

2. Vloženou částku musíme navýšit o inflaci, tj. $1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,02)$. To si můžeme představit tak, že pro nákup stejného množství zboží jako minulý rok, potřebujeme reálně částku o $2\,\%$ vyšší. Abychom měli částku K_1, musíme částku $1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,02)$ navýšit o reálnou úrokovou míru i_{real}.

Platí tedy $K_1 = 1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,02) \cdot (1 + i_{real})$.

3. Dostáváme tedy $K_1 = 1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,05) = 1\,000\,000\,\text{Kč} \cdot (1 + 0,02) \cdot (1 + i_{real})$.

A po úpravě platí $1 + 0,05 = (1 + 0,02) \cdot (1 + i_{real})$, to dále upravíme
$1 + i_{real} = \dfrac{1 + 0,05}{1 + 0,02}$.

Reálná úroková míra je $i_{real} = \dfrac{1 + 0,05}{1 + 0,02} - 1 = \dfrac{0,05 - 0,02}{1 + 0,02} \approx 0,294$, tj. $2,94\,\%$.

Všimněme si, že rozdíl roční úrokové sazby a roční míry inflace je $5\,\% - 2\,\% = 3\,\%$, což se nerovná reálné úrokové míře $i_{real} = 2,94\,\%$.

Příklad

- Jak se změní hodnota vkladu 15 000 Kč uloženého jeden rok na účtu při úrokové míře 10% p.a. se spojitým úročením? Jaká bude úroková intenzita?
-
- Hodnotu vkladu za rok získáme užitím vztahu

$$K_1 = 15000e^{0,1} = 16577,60 \text{ (Kč)}.$$

Úrokovou intenzitu vypočteme pomocí vzorce tj. ie = e
0,1 − 1 = 0, 10517, tj. 10, 517% p.a.

Vklad za jeden rok vzroste na 16 577,60 Kč.
Úroková intenzita je 10,517% p.a. To je o 0,001% ročně více než v případě, kdy jsou úroky ke vkladu připisovány denně

Příklad

Mějme investiční příležitost, do které když vložíme 100Kč, tak za 2 roky dostaneme 115Kč, své peníze jsme alternativně schopni zhodnotit o 8% ročně. Je vhodné investovat?

$$PV = \frac{115}{(1+0.08)^2} = 98.59$$

Investice má pro nás současnou hodnotu 98.59Kč. Čili se 100Kč **nevyplatí** investovat.

Příklad

Zažádáme banku o úvěr na jeden rok ve výši 1 milion Kč s diskontní mírou $10\,\%$. Banka při poskytnutí částky 1 milion Kč odečte $10\,\%$ a po jednom roce zaplatíme 1 milion Kč.

a) Kolik korun nám banka vyplatí při poskytnutí výše uvedeného úvěru?
b) Kolik korun zaplatíme bance navíc?

Řešení

a) Banka nám vyplatí z 1 milionu Kč částku, která bude o $10\,\%$ menší, tedy dostaneme vyplaceno $90\,\%$ z 1 milionu Kč.

Banka nám vyplatí $1\,000\,000\,\mathrm{Kč} \cdot (1 - 0,1) = 1\,000\,000\,\mathrm{Kč} \cdot 0,9 = 900\,000\,\mathrm{Kč}$.

b) Banka navíc zaplatíme $10\,\%$ z 1 milionu Kč, tedy $1\,000\,000\,\mathrm{Kč} \cdot 0,1 = 100\,000\,\mathrm{Kč}$.

Diskont se také využívá v bezkupónových dluhopisech.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Otázka: A na závěr na konkrétním příkladu dluhopisu klientovi ukázat základní výpočet v praxi. Nominální hodnota dluhopisu je 10.000 Kč, kuponová sazba 1 % p. a., kupon vyplácený v roční frekvenci vždy k 1. červnu výše AÚV k 1. lednu tedy je přibližně:

Odpovědi (Jedná správná odpověď)

A	41,40 Kč.
B	99,50 Kč.
C	58,60 Kč.
D	50,00 Kč.

1 % = 100 Kč, 7/12 ze 100 = 58,6 Kččíslo není absolutně přesné, protože záleží na metodě výpočtu (např. 30/E/360, ACT/360., apod.), což ale není pro tyto účely podstatné

Aritmetický výpočet.

Příklad

Jakou částku uspoříme do konce roku, jestliže ukládáme počátkem každého měsíce 1 200 Kč při úrokové míře 9% p.a.?

$$S\prime_{1200} = 12 \cdot 1200 \left(1 + \frac{13}{24} \cdot 0,09\right) = 15102 \text{ (Kč)}.$$

Uspoříme 15 102 Kč.

Příklad

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Kolik musíme ukládat počátkem každého čtvrtletí, abychom za rok uspořili 10 000 Kč při úrokové míře 8% p.a.?

Řešení:

$$x = \frac{10000}{4(1 + 5/8 \cdot 0,08)} = 2381 \text{ (Kč)}.$$

Abychom naspořili 10 000 Kč, musíme pravidelně ukládat 2 381 Kč.

Krátkodobé polhůtní spoření

Příklad
Jakou částku uspoříme do konce roku, jestliže koncem každého měsíce ukládáme 1 200 Kč při úrokové míře 9% p.a.?

Řešení:
Dosadíme do vzorce , kde opět m = 12 a x = 1200

$$S_{1200} = 12 \cdot 1200 \left(1 + \frac{11}{24} 0,09\right) = 14994 \text{ (Kč)}.$$

Uspoříme 14 994 Kč. To je o 8 Kč méně než v případě předlhůtního spoření, kdy jsou úroky počítány ze všech úložek.
U polhůtního spoření úrok z
poslední úložky už nepočítáme, proto je naspořená částka nižší.

Za jak dlouho naspoříme 50 000 Kč při ročním polhůtním ukládání 7 000 Kč při neměnné 4 % úrokové sazbě p.a.? Předpokládáme roční připisování úroků.

Dosadíme do vzorce: Kc = 50000, K = 7000, r = 0,04 a n = ?.

$$n = \frac{\ln\left(1 + 50000 * \frac{0,04}{7000}\right)}{\ln(1 + 0,04)} = 6,4$$

Uvedenou částku naspoříme přibližně za 6,4 roku.

Příklad

Jak dlouho je nutno spořit počátkem každého měsíce 500 Kč, aby uspořená částka dosáhla výše 50 000 Kč při neměnné 4 % roční úrokové sazbě a ročním připisování úroků? Dosadíme do vzorce: Kc = 50000, K = 500, m = 12, r = 0,04 a n = ?.

$$n = \frac{\ln\left(\frac{50000 * 0{,}04}{500 * 12 * (1 + \frac{13}{24} * 0{,}04)} + 1\right)}{\ln(1 + 0{,}04)} = 7{,}2$$

Uvedenou částku naspoříme přibližně za 7,2 roku.

Příklad Výpočet penále z prodlení

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Odběratel XY nezaplatil fakturovanou částku 1.500.000 Kč v termínu splatnosti, který byl stanoven na 10 leden. Podle obchodního zákoníku jste oprávněni připočíst k fakturované částce 0.05% denně. Jaká bude celková fakturovaná částka, v případě že dlužník uhradí svůj závazek k 20 březnu.

$$u = K \,.\, i \,.\, t = 1.500.000 \,.\, 0.0005 \,.\, 70 = 52.500$$

Celková částka, kterou by měl dlužník uhradit činí 1.500.000 Kč plus 52.500 Kč.

Příklad Výpočet doby splatnosti

SLEZSKÁ UNIVERZITA
…ODNIKATELSKÁ
…ARVINÉ

Po jakou dobu byl uložen počáteční vklad (ve výši 15.000 Kč) na vkladní knížce, pokud při úrokové míře 12 % p.a. byla koncová hodnota 15.900 Kč

K_0= 15.000, K_n= 15.900, i=0.12

$$n = \frac{K_n - K_0}{K_0 \cdot i} = \frac{15.900 - 15.000}{15.000 \cdot 0.12} = 0.5 \qquad 0.5 \cdot 360 = 180$$

Počáteční vklad byl uložen po dobu půl roku, respektive 180 dnů.

Srovnání jednoduchého úročení polhůtního a předlhůtního

JEDNODUCHÉ DEKURZIVNÍ	JEDNODUCHÉ ANTICIPATIVNÍ
Rovnice pro zúročený kapitál po době n $$C_n = C_0 \times (1 + i \times n)$$	**Rovnice pro zúročený kapitál po době n** $$C_n = C_0 \times \left(1 + \frac{I}{1 - I} \times n\right)$$
Úrok je připisován na konci úrokovacího období.	**Úrok je připisován na začátku úrokovacího období.**
C_0 je počáteční kapitál, který je s časem úročen.	**C_0 je kapitál, který obdržel klient a jež se s časem úročí**
$$C_0 = \frac{C_n}{1 + i}$$	$$C_0 = C_n \times (1 - I)$$
i je úroková sazba dekurzivní $$i = \frac{I}{1 - I}$$	**I je úroková sazba anticipativní** $$I = \frac{i}{1 + i}$$

Úročíme-li tentýž kapitál C_0 anticipativně nebo dekurzivně (s odpovídající úrokovou sazbou), výsledný zúročený kapitál je shodný). Úročení se liší pouze způsobem připisování úroků!!!

Řešený příklad

C_0 = 100 Kč

i= 8%

$I = \frac{i}{1+i} = 0{,}0740074$

n= 9 měsíců

Dekurzivní: $C_n = C_0 \times (1 + i \times n)$	**Anticipativní:** $C_n = C_0 \times (1 + \frac{I}{1-I} \times n)$
$C_n = 100 \times (1 + 0{,}08 \times 9/12)$	$C_n = 100 \times (1 + \frac{0{,}0740074}{1 - 0{,}0740074} \times 9/12)$
$C_n = 106\ Kč$	$C_n = 106\ Kč$

Příklad Výpočet původní výše kapitálu

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Jak velký počáteční vklad vzroste při 10 % p.a. úrokové sazbě od 12.4. do 24.6. o 150 korun?

i= p/100 = 0.1, u= 150, n= t/360 = 72/360 (dle standardu 30E/360).

$$K_0 = \frac{u}{i.\ n} = \frac{150}{0.1.\ 72/360} = 7.500$$

Původní výše vkladu byla 7.500 Kč.

Příklad Výpočet úrokové sazby

Při jaké úrokové sazbě bude činit úrok z vkladu 100.000 Kč za 7 měsíců 12.000 Kč?

$u = 12.000,\ n = 7/12,\ K_0 = 100.000$

$$i = \frac{u}{K_0 \quad n} = \frac{12.000}{100.000.\ \ 7/12} = 0.205$$

Úroková sazba je 20.5 % p.a.

Příklad Výpočet počáteční výše úvěru

Jakou sumu se splatností 4 měsíce si můžeme půjčit, máme-li možnost po této době použít na splátku celkem 100.000 korun? Úroková sazba uvažovaná v tomto případě má hodnotu 11 % p.a.

$$K_n = \frac{K_n}{1 + i.\ n} = \frac{100.000}{1 + 0.11.\ 4/12} = 96.463,\ 02$$

Můžeme si půjčit částku 96.463,02 Kč.

Příklad Vyplacená částka při eskontu směnky

Vypočtěte, kolik dostane vyplaceno klient, jemuž banka eskontuje směnku o nominální hodnotě 10.000 Kč 35 dní před dobou splatnosti při diskontní sazbě 9 % p.a.

$K_n = 10.000$, $n = 35/360$, $d = 0.09$

$$K_{ob} = K_n . (1 - d. \ n) = 10.000. \ (1 - 0.09. \ 35/360) = 9.912{,}50$$

Klient dostane vyplaceno 9.912,50 Kč.

Vzhledem k tomu, že princip diskontu je shodný s placením úroku na počátku období, jedná se ve své podstatě o **předlhůtní úročení**.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

Děkuji za pozornost a přeji pěkný den ☺