

# **TAGUCHIHO METODY – ZTRÁTOVÉ FUNKCE**

Mgr. Jiří Mazurek, Ph.D.

# Taguchiho metody

- dr. Genichi Taguchi (\*1.1.1924, +2.6.2012)
- Taguchiho metody lze rozdělit na metody používané přímo ve výrobním procesu (online) a v předvýrobních etapách (offline).
- Online metody:
  - *ztrátová funkce* (loss function).
  - Taguchiho ztrátové funkce se snaží číselně popsat finanční ztráty, spojené s výrobou sice v rámci tolerance, ale ne pro ideální hodnotu.
  - Taguchiho metody představovaly v době svého zavedení do praxe nový pohled na problematiku výroby. Byla totiž dlouho vžitá představa, že pokud sice absolutní přesnosti není dosaženo u dané charakteristiky požadovaného produktu, ale tato charakteristika se pohybuje v určitých přijatelných mezích, je vše v pořádku, a uživatel produktu tak finančně nic nepocítí. S takovým názorem ovšem Taguchi nesouhlasil a pomocí matematicky jednoduchých ztrátových funkcí začal měřit ztráty vzniklé i při sebemenší odchylce od ideálního stavu.

# Ztrátové funkce

- Taguchiho metody založené na ztrátových funkcích se snaží měřit ztráty, které vznikají odběrateli výrobků a služeb tím, že dodavatel těchto produktů není schopen dodržovat se stoprocentní přesností požadavky odběratele. (Je totiž z fyzikálních důvodů většinou nemožné dosáhnout absolutní přesnosti.
- Spojení kvality s náklady pomocí Taguchiho ztrátové funkce (Taguchi loss function) bylo hlavní výhodou v jakostním inženýrství a stejně tak i při schopnosti plánovat náklady.

# Pro výrobu je důležité vědět

- **1.** U každého výrobku je sledována jeho určitá charakteristika (např. rozměr, váha, mechanické, chemické, estetické nebo jiné vlastnosti). Podle této charakteristiky posuzujeme kvalitu dotyčného výrobku.
- **2.** Charakteristika z předchozího bodu má stanovenou jistou optimální hodnotu  $T$ , tzv. cílovou hodnotu (*Target value*).
- **3.** Nekvalita výrobku se projevuje odchylkami sledované charakteristiky od  $T$ .
- **4.** Jakákoliv odchylka od  $T$  představuje určitou finanční ztrátu, která se projeví u *odběratele* zvýšenými náklady na provoz výrobku, jeho údržbu, opravy, ekologii apod.

# Princip

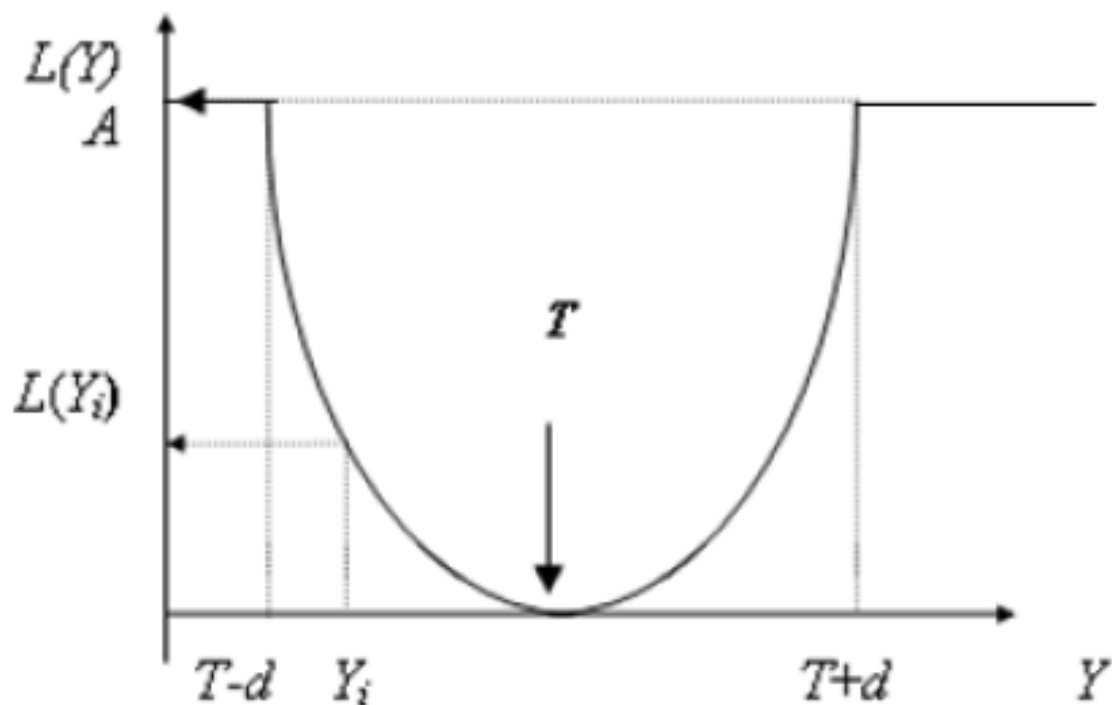
- Jakákoliv odchylka od T je projevem nekvality a přináší odběrateli finanční ztráty. Ty jsou tím větší, čím vzdálenější je dosažená úroveň ukazatele kvality od T.
- **Je to ztráta za nekvalitu v rámci tolerance.**

# Ztrátová funkce

- Matematické vyjádření ztrátové funkce má tvar:
- $L(Y) = k(Y - T)^2$  pro  $Y \in (T - d, T + d)$
- $L(Y) = A$  pro ostatní  $Y$ .
  
- $T$  = cílová hodnota charakteristiky kvality,
- $Y$  = dosahovaná úroveň charakteristiky kvality, je to náhodná veličina
- $L(Y)$  = ztráta způsobená odchylkou od  $T$ ,
- $k$  = konstanta.

# Graf ztrátové funkce

- Grafem uvedené funkce je parabola, hodnota parametru  $d$  představuje funkční toleranci.



# Jiný tvar rovnice

- Lze odvodit, že
- $k = \frac{A}{d^2}$
- Proto lze ztrátovou funkci psát jako:
- $L(Y) = \frac{A}{d^2} (Y - T)^2$



# Příklad

- Napište rovnici ztrátové funkce, je-li funkční tolerance  $d = 5$  a mezní ztráta  $A = 2$ .

# Příklad – řešení

$k = 2 / 5^2 = 0,08$  a rovnice ztrátové funkce je  $L(Y) = 0,08(Y - T)^2$

# Průměrná ztráta

- Z hlediska teorie pravděpodobnosti je  $Y$  = ukazatel jakosti náhodná proměnná, která má často normální rozdělení . Více než ztráta  $L(Y)$  nás obvykle zajímá **průměrná ztráta**, kterou označíme  $E(L)$ .
- Rovnice pro určení průměrné ztráty:
- $E(L) = k\sigma^2$
- za předpokladu, že  $E(Y) = T$ , což znamená, že průměr ze skutečně dosažených hodnot sledovaného ukazatele kvality  $Y$  je roven žádané hodnotě  $T$ . Symbol  $\sigma^2$  značí rozptyl veličiny  $Y$ .
- Jinak pro:

$$E(Y) \neq T, \text{ potom } E(L) = k\sigma^2 + k(E(Y) - T)^2$$

# Základní rovnice které používá Taguchiho metoda

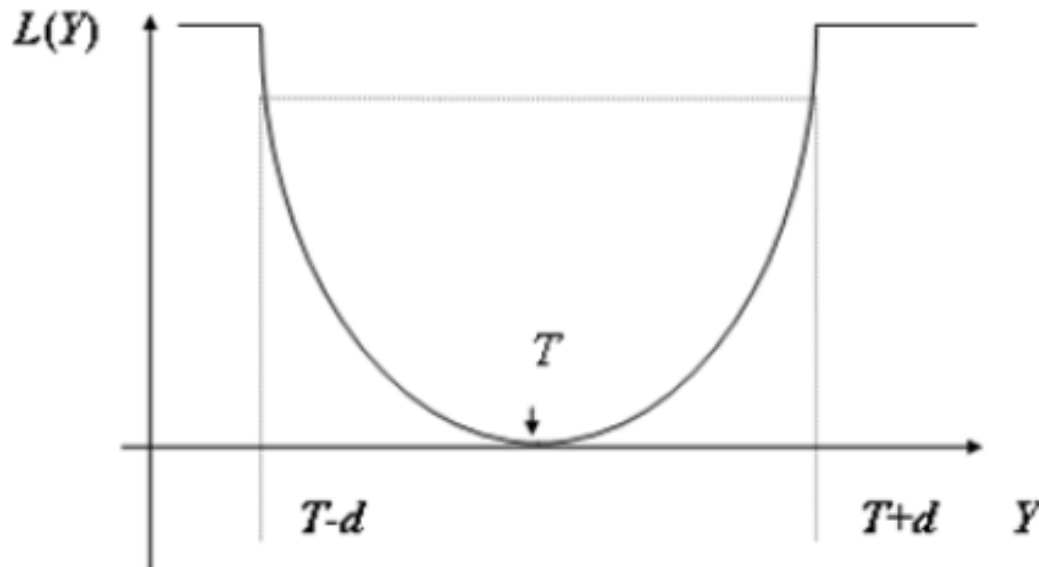
- a. definiční rovnice  $L(Y) = k(Y - T)^2$ ,
- b. rovnice pro výpočet konstanty  $k$ :  $A = kd^2$ ,
- c. rovnice pro určení průměrné ztráty  $E(L) = k\sigma^2$  nebo  $E(L) = k\sigma^2 + k(E(Y) - T)^2$ .

# ZTRÁTOVÉ FUNKCE PRO RŮZNÉ TYPY TOLERANCÍ

- Existují různé typy ztrátových funkcí podle toho, s jakým typem tolerančního intervalu se pracuje.
- Podle toho, co je v dané situaci považováno za optimální cílovou hodnotu  $T$ , rozlišujeme tyto typy tolerance:
  1. Tolerance typu N (nominal). Ideálem je dosažení cílové hodnoty  $T$ .
    - a) Symetrická
    - b) Nesymetrická
  2. Tolerance typu S (smaller).  $Y$  je tím lepší, čím je menší. Ideálem je  $T=0$ .
  3. Tolerance typu L (larger).  $Y$  je tím lepší, čím je větší. Ideálem je  $T=\infty$ .

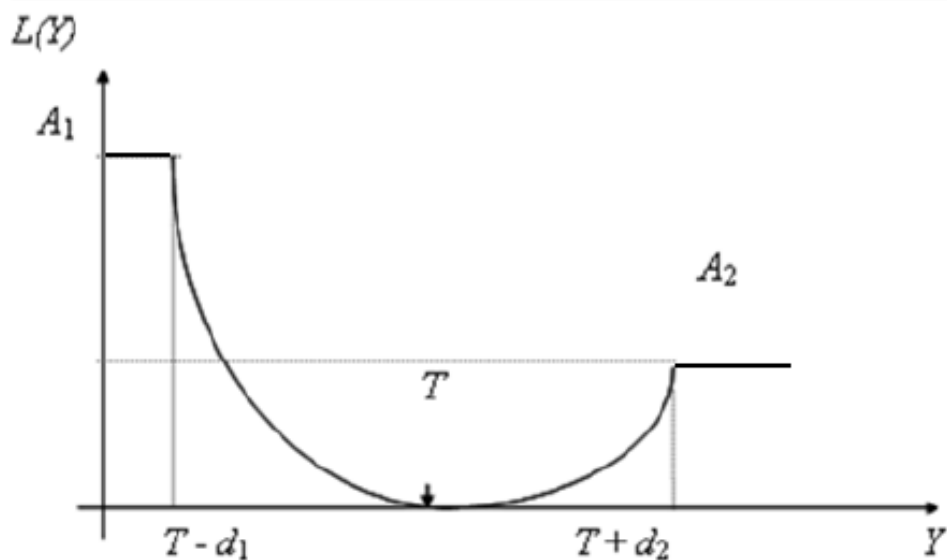
# Symetrická N-tolerance

- V tomto případě píšeme  $T \pm d$ , kde  $d$  = tolerance.
- Interval  $(T-d, T+d)$  se nazývá *toleranční interval*.
- Cílová hodnota se nachází ve středu tolerančního intervalu.
- Pokud sledovaná charakteristika nabyde hodnoty, mimo toleranční interval, bude ztráta rovna hodnotě  $A$ .



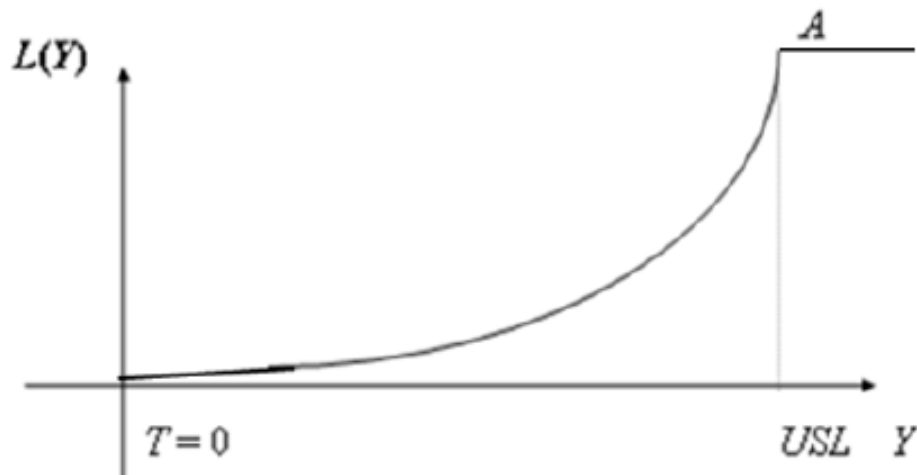
# Nesymetrická N-tolerance

- Zde má toleranční interval tvar  $(T - d_1, T + d_2)$ .
- Maximální ztráty  $A_1, A_2$  jsou obecně různé:
  - Například dosažení požadovaného průměru kovového kola nad úrovní  $T+d_2$  lze upravit zbrúšením kola, kdežto nedodržení cílové hodnoty kvůli nedosažení  $T-d_1$  nikoliv, takže ztráta je pak větší.
- Na intervalu  $(T-d_1, T)$  jde o rovnici pro  $k_1 = A_1 / d_1^2$ .
- Na intervalu  $(T, T+d_2)$  jde o rovnici pro  $k_2 = A_2 / d_2^2$ .



# Tolerance typu S (Small)

- U tolerance typu S platí: sledovaná charakteristika produktu  $Y$  je tím lepší, čím je menší. Ideálem je cílová hodnota  $T = 0$ .
- Příkladem veličiny  $Y$  s tolerancí S může být například drsnost povrchu, nebo nečistota v ovzduší, kde je stanovena jen horní přípustná hranice  $USL = \text{Upper Specification Limit}$
- Od jisté hranice – od horní přípustné meze – je pak ztráta rovna hodnotě  $A$ . Zde opět platí: na intervalu  $(0, USL)$  má funkce rovnici  $L(Y) = kY^2$ ,  $k = A/USL^2$ ,  $E(L) = \frac{As^2}{d^2}$





# Tolerance typu L (Large)

- U tolerance typu  $L$  platí:  $Y$  je tím lepší, čím je větší.
- V případě  $L$  tolerance se průměrná ztráta počítá podle vzorce:
- $E(L) = Ad^2s^2$
- Kde  $s^2 = \frac{1}{n} \sum \frac{1}{Y^2}$ .

# Příklad

- Při výrobě hřídelí je jejich předepsaný rozměr 150 mm a tolerance je 4mm. Nedodržení tolerance způsobí ztrátu 40 Kč. Určeme průměrnou ztrátu a porovnejme ztráty za nekvalitu u dvou výrobců: první se spokojí s dodržáním tolerance, druhý usiluje o maximální přiblížení k optimální hodnotě  $T$ . Předpokládejme přitom, že v průměru je předepsaný rozměr dodržen.

# Příklad – řešení

Jsou známy tyto parametry:

$A$  (ztráta při překročení  $d$ ) = 40 Kč,

$d$  (funkční tolerance) = 4mm,

$T$  (cílová hodnota) = 150mm.

Pro ztrátovou funkci určíme nejprve konstantu  $k$  ze vztahu

$$k = \frac{A}{d^2} = \frac{40}{4^2} = 2,5$$

Průměrná ztráta za nedodržení  $T$ :

$$E(L) = k\sigma^2 = 2,5\sigma^2$$

# Příklad – odhad parametru sigma

- Usiluje-li druhý výrobce o to, aby co nejčastěji dosahoval hodnoty  $T = 150$  znamená to, že odchylky  $Y$  od této hodnoty mohou být rozděleny podle Gaussovy křivky - nejčetnější je hodnota  $T = 150$  a čím je odchylka  $Y$  od  $T$  větší, tím je hodnota méně četná:

$$s = \frac{2 \cdot \textit{tolerance}}{6} = \frac{2 \cdot 4}{6} = 1,33$$

- Pokud jde o prvního výrobce, ten se pouze spokojuje s dodržením tolerance, v tolerančním intervalu  $(T - 4, T + 4) = (146, 154)$  může mít  $Y$  hodnotu v kterémkoliv místě se stejnou četností. Lze tedy předpokládat, že  $Y$  má rovnoměrné rozdělení na tomto intervalu:

$$s = \frac{154 - 146}{\sqrt{12}} = \frac{8}{\sqrt{12}} = 2,31$$

# Příklad – výsledek

Odhady průměrných ztrát tedy budou:

1. výrobce: odhad  $E(L) = ks^2 = 2,5 \cdot 2,31^2 = 13,34$ ,

2. výrobce: odhad  $E(L) = ks^2 = 2,5 \cdot 1,33^2 = 4,42$ .

# Poučení z příkladu

- Je vidět, že filozofie „stačí dodržovat toleranci“ není správná, neboť ztráty za nekvalitu jsou dokonce třikrát větší.
- **Poznamenejme, že výsledek je vždy vyjádřen ve sledované měně/ks produkce, tj. v našem případě v kč/ks.**

# Kdo může za ztráty?

- Z rovnice

$$E(L) = \frac{A}{d^2} \sigma^2$$

- je zřejmé, že průměrné ztráty za nekvalitu závisejí nejen na rozptylu, ale samozřejmě také na  $A$  a  $d$ .
- Jestliže velikost rozptylu je dána **dělníkem**, pak parametry  $A$  a  $d$  stanoví **konstruktér**. Ten by měl navrhnout výrobek tak, aby byl robustní, tj. odolný vůči nepřesnostem výroby.

Děkuji za pozornost