

CVIČENÍ č. 5: Soustavy rovnic a determinanty

1. Řešte soustavu lineárních rovnic užitím matic:

$$x + 2y + z = 8$$

$$2x - 4y + z = -3$$

$$3x - y - z = -2$$

2. Řešte soustavu lineárních rovnic užitím matic:

$$x + y + z = 6$$

$$2x - 4y + z = -3$$

$$3x - 3y + 2z = 3$$

DETERMINANTY

1. Vypočtěte:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}, \text{ b) } \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \text{ c) } \begin{vmatrix} 9 & -4 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}, \text{ d) } \begin{vmatrix} -2 & -1 \\ 8 & 4 \end{vmatrix}, \text{ e) } \begin{vmatrix} a & 1 \\ a-2 & 4 \end{vmatrix}, \text{ f) } \begin{vmatrix} p+3 & p-1 \\ p-2 & 5p \end{vmatrix}$$

2. Vypočtěte:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 4 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{3. Vypočtěte: } \begin{vmatrix} 5 & 0 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

4. Řešte rovnice:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} a+1 & 1 \\ a & 4 \end{vmatrix} = 3 \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 7 & 2-k \\ 3+k & -2 \end{vmatrix} = 0$$

5. Řešte nerovnice:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} x+2 & -3 \\ 2x & 4 \end{vmatrix} \leq 2 \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2-x & 1 \\ 1 & 1 & 3+x \end{vmatrix} \geq 0.$$

6. Určete, pro které hodnoty parametru a je matice A regulární/singulární:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} a-2 & a+3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 2a+1 & 3 \\ a-2 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Pomocí Cramerova pravidla řešte soustavu rovnic:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \begin{array}{l} 2x + y = 7 \\ 3x + 4y = 18 \end{array} & \text{b) } \begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ -x + 2y = -3 \end{array} & \text{c) } \begin{array}{l} x - y = 5 \\ 3x - 3y = 10 \end{array} \\ \text{d) } \begin{array}{l} 2x - 4y = 4 \\ x + 3y = 12 \end{array} & \text{e) } \begin{array}{l} x + 5y = 13 \\ 2x - y = 4 \end{array} & \end{array}$$

8. Řešte danou soustavu lineárních rovnic Cramerovým pravidlem:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ 2x - y + z = -2 \\ 4x + y + z = 4 \end{array} \\ \text{b) } \begin{array}{l} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{array} \end{array}$$

Samostatné cvičení

1. Vypočtěte:

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} \quad \text{b) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{c) } \begin{vmatrix} a & a+2 \\ 2a & 5 \end{vmatrix}$$

2. Vypočtěte:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Určete, pro které hodnoty parametru a je matice A regulární/singulární:

$$\begin{vmatrix} a-1 & 5 \\ a & 1 \end{vmatrix} = 2a+1$$

4. Řešte soustavu Cramerovým pravidlem:

$$\begin{array}{l} x + 2y + z = 10 \\ 2x - y + 2z = 10 \\ x + y - 3z = -8 \end{array}$$

Výsledky:

1. a) 9, b) 15, c) $a-2a^2$
2. 11
3. $a = -1/3$: singulární, pro ostatní a regulární
4. [2,2,4]