Řešte tuto úlohu:

$6\,x_1 + 3\,x_2 \to \text{MAX};$

při omezeních

$4\,x_1 + 2\,x_2 + x_3 = 20$,
$2\,x_1 + 4\,x_2 + x_4 = 22$,
$x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 0$.

Nalezněte všechna základní řešení této úlohy.

Základní řešení:

$$\boldsymbol{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \\ 11 \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5{,}5 \\ 9 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}^{(4)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \\ 22 \end{bmatrix},$$

Odpovídající účelové funkce:

$\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(1) = 30$, $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(2) = 30$, $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(3) = 33/2$, $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(4) = 0$.

Simplexová metoda

x1	x2	x3	x4	f
3	4	0	0	30

L	P
20	20
22	22

Optimální hodnota účelové funkce

Gradientní metoda

x1	x2	x3	x4	f
3.8	2.4	0	0	30

L	P
20	20
17.2	22

: je stejná pro všechny metody, úloha má ale nekonečně mnoho řešení - celou hranu přípustné oblasti

Postup řešení optimalizační úlohy o plánování výroby pomocí simpl

si nyní ukážeme na příkladu1.5.3. V této úloze jsme ***maximalizovali účelovou***

$$f = 2x + y$$

za podmínek

$$3x + y \leq 24$$

$$x + y \leq 10$$

$$x + 2y \leq 16$$

Řešení úlohy simplexovou metodou:

Úlohu maximalizovat účelovou funkci $f = 2x + y$,převedeme

minimalizovat $-f = -2x - y$ bez újmy na významu řešení. Protože soustav

podmínek musí být zapsána do simplexové tabulky ve standardním tvaru

zadanou soustavu nerovnic na soustavu rovnic pomocí doplňkových proměn

Pro lepší orientaci v simplexové tabulce označíme $x = x_1, y = x_2$ a doplňko

jako x_3 , x_4 a x_5.

$$\begin{aligned} 3x_1 + x_2 + x_3 \quad\quad\quad &= 24 \\ x_1 + x_2 \quad\quad + x_4 \quad\quad &= 10 \\ x_1 + 2x_2 \quad\quad\quad + x_5 &= 16 \end{aligned}$$

Z nynějšího zápisu vidíme, že v soustavě rovnic, kterou můžeme přepsat do

budeme ji značit A, se nám objevila jednotková submatice obsahující prvk

Tuto submatici můžeme zvolit jako výchozí přípustnou bázi. Vzniklou

můžeme rovnou zapsat do simplexové tabulky.

			-2	-1	0	0

c	x	b	x_1	x_2	x_3	x_4
0	x_3	24	3	1	1	0
0	x_4	10	1	1	0	1
0	x_5	16	1	2	0	0
		0	2	1	0	0

Tab. 2

Z tabulky vidíme, že kritérium optimality není splněno (v posledním koeficienty větší než nula). Přejdeme tedy k dalšímu kroku. Můžeme vy sloupec, který v posledním řádku obsahuje prvek větší než nula a nazvem sloupcem. V úvahu připadají dva první sloupce matice A. K rychlejšín optimálnímu řešení zvolíme sloupec s nejvyšší hodnotou koeficientu v pos Jako klíčový sloupec tedy vybereme první sloupec. Protože jsou všechny pr sloupci kladné, určíme minimum z podílu jednotlivých prvků sloupce b k prvkům klíčového sloupce.

$$min\left\{\frac{24}{3},\frac{10}{1},\frac{16}{1}\right\}=\frac{24}{3}=8$$

Minimum podílu nastává pro první řádek, z čehož vyplývá, že nahradí vektorem x_1 a transformujeme matici A tak, abychom dostali další submatici.

			-2	-1	0	0
$\tilde{c}$	$\tilde{x}$	b	x_1	x_2	x_3	x_4
-2	x_1	8	1	1/3	1/3	0
0	x_4	2	0	2/3	-1/3	1
0	x_5	8	0	5/3	-1/3	0
		-16	0	1/3	-2/3	0

Kritérium optimality opět není splněno, a proto zvolíme nový klíčový slo

Kritérium optimality opět není splněno, a proto zvolíme nový klíčový slo

případě máme už jen jednu možnost, a to sloupec x_2.

Vypočítáme minimum z podílu b ku x_2.

$$min\left\{\frac{8}{\frac{1}{3}},\frac{2}{\frac{2}{3}},\frac{8}{\frac{5}{3}}\right\}=\frac{2}{\frac{2}{3}}=3$$

Minimum nastává pro druhý řádek, vektor x_4 tedy nahradíme vektor

transformujeme matici A tak, abychom dostali novou jednotkovou submati

			-2	-1	0	0
$\tilde{c}$	$\tilde{x}$	b	x_1	x_2	x_3	x_4
-2	x_1	**7**	1	0	1/2	-1/
-1	x_2	**3**	0	1	-1/2	3/
0	x_5	**3**	0	0	1/2	-5/
		-17	**0**	**0**	**-1/2**	**-1/**

Simplexové kritérium je splněno. Všechny koeficienty posledního řádku jsou menší než nula. Z tabulky nyní můžeme vyčíst výsledek. Funkce nabývá své minimální hodnoty v bodech $x = 7$, $y = 3$, $x_3 = 0$, $x_4 = 0$ a x_5 hodnotě -17. Nyní může optimalizační úlohu převést zpět na úlohu maxi ***funkce $f = 2x + y$ nabývá své maximální hodnoty 17 pro $x = 7$ a $y = 3$,*** doplňková proměnná a mohli bychom podle ní dopočítat určitý přebytek, přebytek dílů střechy.

exové metody

u funkci

e na úlohu

'a omezujících

ı, převedeme

ných.

ıvé proměnné

tvaru matice a

y x_3 , x_4 a x_5.

soustavu tedy

	0

	x_5
	0
	0
	1
	0

řádku máme
brat libovolný
ie ho klíčovým
nu přiblížení k
sledním řádku.
vky v klíčovém
ku jednotlivým

íme vektor x_3
í jednotkovou

	0
	x_5
	0
	0
	1
	0

oupec. V tomto

›upec. v tomto

em x_2 a opět

ci.

)	0
4	$\boldsymbol{x_5}$
/2	0
'2	0
/2	1
/2	**0**

Tab. 2.3.3.c.

$-f = -2x - y$

$_5 = 3$ a je rovna

imalizace. Takže

$x_5 = 3$ je pouze

v tomto případě

Soubor "Simplexová metoda - 4", Úloha str. 81 - je řešená.

Účelová funkce: 5x1+3x2

Simplexová metoda

x1	x2	x3	x4	f
3	**4**	**0**	**0**	**27**

L	P	
	20	20
	22	22

Gradientní metoda

x1	x2	x3	x4	f
3	**4**	**0**	**0**	**27**

L	P	
	20	20
	22	22