

Příklad

- Firma vyrábí dva typy dřevěných hraček: **nákladní autíčka** a **vláček**
- Cena **autíčka** je 820 Kč, **vláčku** 1150 Kč. **Náklady na dřevo** pro x_1 a x_2 jsou 450 Kč a 550 Kč.
- Na výrobu jednoho autíčka je potřeba 1 hodina **řezbářské práce** a 2 hodiny **dokončovací práce**.
- **Cena řezbářské práce** je 150 Kč/hod a **dokončovací prací** 120 Kč/hod.
- Každý měsíc je k dispozici 5000 hod **řezbářské práce** a 3000 hod **dokončovací práce**.
- Výroba **vláčků** je neomezená, ale **autíček** je možné vyrobit maximálně 2000 kusů.
- Cílem je **maximalizovat měsíční zisk** (rozdíl tržeb a nákladů).

Proměnné

x_1 = počet **autíček** vyrobených každý měsíc,

x_2 = počet **vláčků** vyrobených každý měsíc.

Matematický model

$$z = 450x_1 + 550x_2 \rightarrow \max,$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 5000, \quad (\text{řezbářská práce})$$

$$x_1 + x_2 \leq 3000, \quad (\text{dokončovací práce})$$

$$x_1 \leq 2000, \quad (\text{poptávka})$$

$$x_1, x_2 \geq 0,$$

$$x_1, x_2 - \text{celé} \leq$$

šky.

autíčko je 100 Kč, pro vláček 180 Kč.

a 1 hodina dokončovacích prací. Na jeden vláček

) Kč/hod.

din dokončovacích prací.

málně 2000 za měsíc.

auta	vláčky
x1	x2
1000	2000

účel. funkce

1550000

	L	P
g1	5000	5000
g2	3000	3000
g3	1000	2000

Příklad

- Stanovte **optimální složení krmivové směsi**, která bude obsahovat 300 jednotek **škrobu** a která bude vážit alespoň 200 kg s **minimální cenou**
- V následující tabulce jsou dány obsahy bílkovin a škrobu v 1 kg l

Tab. 1 – Obsahy bílkovin a škrobu ve směsích, ceny směsí

	Krmivo K ₁	Krmivo K ₂	Krmivo K ₃	Krmivo K ₄
Bílkoviny (jednotky)	0	3	1	0
Škrob (jednotky)	1	2	3	0
Cena (Kč)	20	80	60	30

Proměnné

$x_i =$ **množství** krmiva K_i v konečné směsi ($i = 1,2,3,4$)

Matematický model

Minimalizovat $z = 20x_1 + 80x_2 + 60x_3 + 30x_4$

za podmínek

$$\begin{aligned} 3x_2 + x_3 + 2x_4 &\geq 100, && \text{(bílkoviny)} \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\geq 300, && \text{(škrob)} \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &\geq 200, && \text{(hmotnost)} \\ x_i &\geq 0, i = 1,2,3,4. \end{aligned}$$

at alespoň 100 jednotek bílkovin a alespoň
jinými pořizovacími náklady.

každého krmiva a jeho cena za 1 kg.

úroveň K_4

2
0
30

x1	x2	x3	x4
120	0	60	20

ú. fce **6600**

	L	P
g1	100	100
g2	300	300
g3	200	200

Příklad

- Vedení investiční společnosti zvažuje investici do akcií 4 firem
- Aby společnost předešla ztrátám plynoucím z rizika spojeného vedení společnosti část peněz investovat do vládních obligací.
- Celková investovaná částka činí 2 mil. Kč. Z dlouhodobého hlediska očekávaného výnosu a indexy rizika u sledovaných cenných papírů

Tab. 4 – Investiční soubor

Cenný papír	Výnos
České pivovary a.s.	12 %
Víno Morava a.s.	9 %
Moravská švestka a.s.	15 %
České mlékárny a.s.	7 %
Vládní obligace	6 %

- Na poradě managementu společnosti bylo rozhodnuto o následujících podmínkách:
 - 1) Do akcií Českých mlékáren, a.s. se nesmí investovat více než 200 tis. Kč.
 - 2) Investice do vládních obligací musí činit alespoň 20 % všech investic.
 - 3) Z hlediska diverzifikace portfolia se do akcií žádné z firem nesmí investovat více než 800 tis. Kč.
 - 4) Celkový index rizika portfolia nesmí přesáhnout hodnotu 0,1.
- Cílem společnosti je maximalizovat očekávaný roční výnos portfolia

Proměnné

x_i = finanční částka investovaná do i -tého titulu cenného papíru

Matematický model

- Maximalizovat $z = 0,12x_1 + 0,09x_2 + 0,15x_3 + 0,07x_4 + 0,06x_5$
za podmínek
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 2000, \quad (2 \text{ mil. Kč})$$
$$x_4 \leq 200, \quad (\text{do akcií Českých mlékáren})$$

$$x_5 \geq 400,$$

(alespoň 20 % výše

$$x_1 \leq 800; x_2 \leq 800; x_3 \leq 800,$$

(nesmí být investov
alkoholické nápoje)

$$\frac{0,07x_1 + 0,09x_2 + 0,05x_3 + 0,03x_4 + 0,01x_5}{2\,000} \leq 0,05,$$

$$0,07x_1 + 0,09x_2 + 0,05x_3 + 0,03x_4 + 0,01x_5 \leq 100,$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 5.$$

Operační výzkum I ŠAVŠ Jan Fábry 9.11.2022

x1	x2	x3	x4	x5
800	0	800	5.3E-13	400

úcel. fce

	L	P	
g1	2000	2000	
g2	5.3E-13	200	
g3	400	400	>=
g4	800	800	
g5	0	800	
g6	800	800	
g7	0.05	0.05	
g8	100	100	

produkcí nápojů.

s investováním do soukromého sektoru, rozhodlo se

investování finančního trhu vyplývají roční procenta
rizik, uvedené v tabulce 4.

Riziko
0,07
0,09
0,05
0,03
0,01

podle následujících pravidel:

investice nepřesáhne 200 tis. Kč.

Investice do

výrobních podniků v průmyslu a státního investovat

05.

Investice musí být provedena při dodržení všech uvedených podmínek.

investice $(i = 1, 2, \dots, 5)$.

$$7x_4 + 0,06x_5$$

Investice do společnosti (např. lékáren a.s. se nesmí investovat více než 200 tis. Kč)

z všech investic musí být do vládních obligací
vloženo více než 800 tis. Kč do firem vyrábějících

(celkový index rizika portfolia nesmí přesáhnout 0,05)

(podmínky nezápornosti)

32

240 (tis. Kč)

Příklad

- Stavební firma má za úkol vyhloubit základy na čtyřech parcelách Troja).
- **Výkopové práce** budou provedeny bagry, nacházejícími se ve č garážemi a parcelami jsou uvedeny v tabulce 12.
- **Cílem je minimalizovat** celkovou vzdálenost, nutnou pro přeprav výkopové práce na všech parcelách budou probíhat současně,

Tab. 12 – Vzdálenosti mezi garážemi a stavebními parcelami

	Michle	Prosek	Radlice	Troja
Garáž 1	5	22	12	18
Garáž 2	15	17	6	10
Garáž 3	8	25	5	20
Garáž 4	10	12	19	12

Proměnné

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Jestliže bagr z garáže } i \text{ bude při} \\ 0 & \text{jinak,} \end{cases}$$

Matematický model

Minimalizovat $z = 5x_{11} + 22x_{12} + \dots + 12x_{44}$

za podmínek

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1 \quad (\text{Garáž 1})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1 \quad (\text{Garáž 2})$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1 \quad (\text{Garáž 3})$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1 \quad (\text{Garáž 4})$$

$$x_{..1} + x_{..2} + x_{..3} + x_{..4} = 1 \quad (\text{Michle})$$

$$\begin{aligned}
 x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} &= 1 && \text{(Prosek)} \\
 x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} &= 1 && \text{(Radlice)} \\
 x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} &= 1 && \text{(Troja)}
 \end{aligned}$$

	5	22	12	18	15	17	6	10
	x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24
	1	0	0	0	0	0	0	1

	L	P
g1	1	1
g2	1	1
g3	1	1
g4	1	1
g5	1	1
g6	1	1
g7	1	1
g8	1	1

ch v **pražských čtvrtích** (Michle, Prosek, Radlice,

štyřech různých garážích. Vzdálenosti (v km) mezi

vu bagrů na stavenišťě. Předpokladem je, že
tj. na každé parcele bude pracovat právě jeden bagr.

pracovat na stavenišťi j ,

$$i = 1,2,3,4,$$

$$j = 1,2,3,4.$$

8	25	5	20	10	12	19	12
x31	x32	x33	x34	x41	x42	x43	x44
0	0	1	0	0	1	0	0

| funkce 32 (km)

Příklad

- Firma vyrábějící bramborové lupínky zřizuje tři nové pobočky v E
- Hlavní surovinou jsou brambory, které se budou dovážet ze skla



Obr. 6 – Přeprava ze skladů do poboček

- V tabulce 5 jsou uvedeny týdenní kapacity skladů a plánované týdenní množství brambor se bude uskutečňovat po železnici (jednou týdně). Tabulka ukazuje množství tun brambor od dodavatelů k odběratelům.
- Cílem je naplánovat přepravu brambor tak, aby celkové přepravní požadavky každé pobočky a nesmí překročit kapacity žádného ze

Tab. 5 – Dodávky, požadavky a jednotkové náklady na přepravu

	Benešov	Jihlava	Tábor	Ka
Humpolec	330	250	350	
Pelhřimov	300	240	250	
Požadavek	45	60	35	

Proměnné

x_{ij} = objem týdenní přepravy brambor (v tunách) od i – tého

Matematický model

Minimalizovat $z = 330x_{11} + 250x_{12} + 350x_{13} + 300x_{21} +$
za podmínek

za podmínek

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 70 \quad (\text{Humpolec})$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 80 \quad (\text{Pelhřimov})$$

$$x_{11} + x_{21} = 45 \quad (\text{Benešov})$$

$$x_{12} + x_{22} = 60 \quad (\text{Jihlava})$$

$$x_{13} + x_{23} = 35 \quad (\text{Tábor})$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad i = 1,2; j = 1,2,3$$

	330	250	350	300	240	250
x11	x12	x13	x21	x22	x23	
7.1E-15	60	0	45	3.6E-15	35	

| fce

	L	P	
g1	60	70	
g2	80	80	
g3	45	45	=
g4	60	60	=
g5	35	35	=

Benešově, Jihlavě a Táboře.
nákladů v Humpolci a Pelhřimově.

roční požadavky výroben (v tunách). Přeprava
ka 5 obsahuje jednotkové náklady na přepravu

í náklady byly minimální. Plán musí splňovat
: skladů.

<u>pacita</u>
<u>70</u>
<u>80</u>

dodavatele k j – tému odběrateli ($i = 1,2; j=1,2,3$).

$$+ 240x_{22} + 250x_{23}$$

37250

(Kč)

Společnost A+A má v ČR 4 střediska (Plzeň, Mladá Boleslav, Zlín, Opava), ve kterých vyrábí ele Tyto elektromotory jsou dodávány smluvním odběratelům v Ostravě, Olomouci, Praze a Jihla Distribuční náklady (v tis. Kč) mezi středisky a odběrateli byly vykalkulovány na 1 kus elektrom

	1	2	3	4	
i/j	Ostrava	Olomouc	Praha	Jihlava	Kapacity
1 Plzeň	10	8	6	6	95
2 Mladá Boleslav	15	12	5	9	50
3 Zlín	8	6	14	7	110
4 Opava	2	5	14	11	150
Požadavky odběratelů	120	85	110	90	

Nalezněte optimální řešení daného problému = min náklady).

10	8	6	6	15
x11	x12	x13	x14	x21
0	0	60	35	0

	L	P	
g1	95	95	
g2	50	50	
g3	110	110	
g4	150	150	
g5	120	120	=
g6	85	85	=
g7	110	110	=
g8	90	90	=

ktromotory. Kapacita těchto středisek je 95, 40, 110, 150 kusů čtvrtletně.
vě. Na základě smluv dodá A+A jednotlivým odběratelům postupně 120, 85, 113 a 90 kusů.
rotoru ve výši uvedené v následující tabulce.

12	5	9	8	6	14	7	2	5
x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34	x41	x42
0	50	0	0	55	0	55	120	30

14	11
x43	x44
0	-1.8E-15

úč. fce

1925 (tis. Kč)

V jistém státě budou probíhat nové volby senátora. Jeden z kandidátů má na svou volební kampaň k dispozici 17 mil. dolarů. Volební kampaň bude realizována v televizi a novinách. Při plánování reklamy je třeba dodržet následující podmínky:

- do televize a rozhlasu nelze umístit více než 40 % celkového rozpočtu na reklamu,
- do každého ze čtyř médií je třeba umístit alespoň 4% z celkového rozpočtu,
- do reklamy v tisku nelze umístit více než 60 % z celkového rozpočtu.

V následující tabulce je uvedena struktura diváků (čtenářů, posluchačů) oslovených reklamou (oslovený reklamou kandidát pravděpodobně volit), viz Tabulka:

- a. Rozvrhněte vynaložené prostředky na reklamu tak, aby daného kandidáta volilo co nejvíce osob, tj. sestavte pomocí Excelu jej vyřešte.
- b. Volby kandidát vyhraje, bude-li pro něj hlasovat alespoň 10 mil. osob. Na základě výsledků z a. rozhodněte, vyhraje či nikoli.

Druh média	Televize	Rozhlas	Časopisy	Noviny
	Počet oslovených osob na 500 dolarů			
Ženy	320	280	140	240
Muži	120	90	60	60
Celkem	440	370	200	300
Na 1 dolar	0.88	0.74	0.4	0.6

Rozložení prostředků:

Televize	Rozhlas	Časopisy	Noviny	Suma
6120000	680000	680000	9520000	11872800

(počet oslovených reklamou)

Podmínky:

Televize + rozhlas

Časopisy + noviny

Tv

rozhlas

Časopisy

noviny

L	P	
6800000	6800000	
10200000	10200000	
6120000	680000	>=
680000	680000	>=
680000	680000	>=
9520000	680000	>=

;

řizí, rozhlase, časopisech a

amou znamená, že bude daného

řte matematický model a za

e, zda uvažovaný kandidát volby

amou = počet voličů)