Příklad 0:

Nalezněte všechny lokální a globální extrémy funkce v intervalu [-2,3].

$$f(x)=2-x^2-3x$$

Využijte přitom Excel, Řešitel.

Příklad 1:

Nalezněte všechny lokální a globální extrémy funkce v intervalu [-3,3].

$$f(x) = \frac{2 - x^2 - 3x^3}{1 + x^4}$$

Využijte přitom Excel, Řešitel.

Priklad 2:

Nalezněte všechny (lokální i globální) extrémy funkce f(x) na intervalu [-1 , 1], resp. v intervalu [2 , 3]:

f(x)=(x^2-1)/(x^2-5x+6)

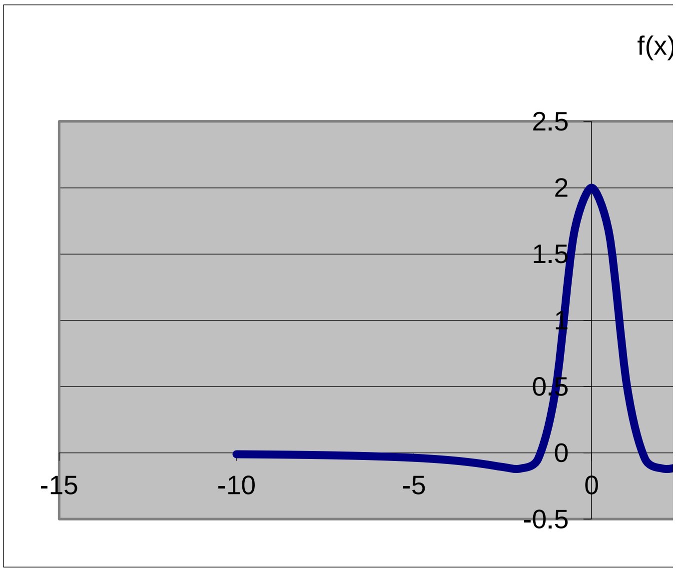
$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}$$

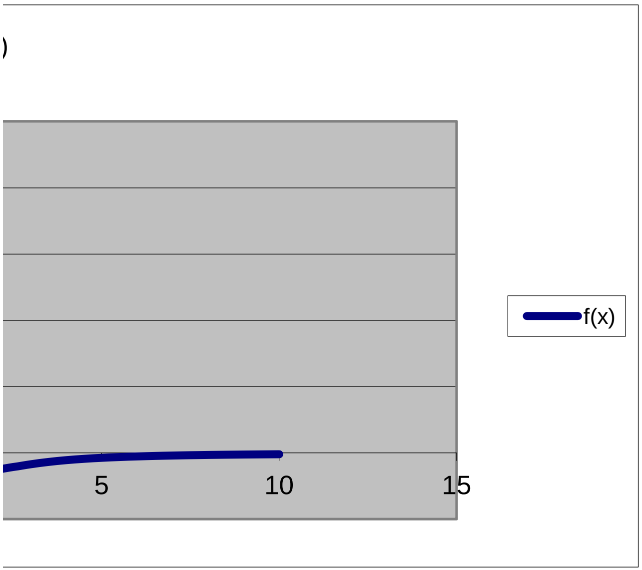
Priklad 1474

f(x)=(2-x^2)/(1+x^4)

$$f(x)=\frac{2-x^2}{1+x^4}$$

x	f(x)
-10	-0.0098
-9.5	-0.01083
-9	-0.01204
-8.5	-0.01346
-8	-0.01513
-7.5	-0.01714
-7	-0.01957
-6.5	-0.02254
-6	-0.02621
-5.5	-0.03084
-5	-0.03674
-4.5	-0.0444
-4	-0.05447
-3.5	-0.06785
-3	-0.08537
-2.5	-0.10608
-2	-0.11765
-1.5	-0.04124
-1	0.5
-0.5	1.647059
0	2
0.5	1.647059
1	0.5
1.5	-0.04124
2	-0.11765
2.5	-0.10608
3	-0.08537
3.5	-0.06785
4	-0.05447
4.5	-0.0444
5	-0.03674
5.5	-0.03084
6	-0.02621
6.5	-0.02254
7	-0.01957
7.5	-0.01714
8	-0.01513
8.5	-0.01346
9	-0.01204
9.5	-0.01083
10	-0.0098




)
5
10
15
f(x)

Příklad 4

$$f(x,y) = 2x^2 + xy^2$$

$$X = \{(x,y)|\ 2x + 18y - .$$

x	y	f
0	0	

g1

g2

$+ 3y^3 \qquad \rightarrow$ MAX

$y^2 => 0, 2x + 18y => 0\}$

Řešte:

$$x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_4^2 \to \max;$$
$$\text{s.t.}$$
$$(x_1-1)^2 + (x_2-2)^2 + (x_3-3)^2 + (x_4-4)^2 \le 16$$
$$x_j \ge 0, \quad j = 1,2,3,4.$$

x1	x2	x3	x4	f	
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
				g	b
				30.00	169.00

Př5

$$+(x_4-4)^2 \le 16$$

Výrobní plánování

Výrobce tzv. „racio“ pokrmů plánuje výrobu dvou typů směsí. Na jejich výrobu má na jed
pšenici o kapacitě 100 tun a ovesné vločky o kapacitě 60 tun. Tyto suroviny jsou smluvně zajištěny
Při výrobě dvou typů směsí je třeba dodržovat složení daných směsí podle následující tabulky.

Surovina	Racio směs typ I	Racio směs typ II	Kapacita surovin [t]
Rýže	90%	30%	270
Pšenice		50%	100
Vločky	10%	20%	60

$c^T x$ ---> max

s.t.
Ax <= b
x >= 0

maximalizovat

$z = 2000x_1 + 3000x_2$

za podmínek

$$0{,}9x_1 + 0{,}3x_2 \le 270$$
$$0{,}5x_2 \le 100$$
$$0{,}1x_1 + 0{,}2x_2 \le 60$$
$$x_1, x_2 \ge 0$$

$c^T =$	2000
	0.9
A =	0
	0.1

no plánovací období (1 rok) k dispozici rýži o kapacitě 270 tun,
/ a liší se svou nákupní cenou.

3000	x =	1	$c^T x$ =	5000	
		1			
0.3		1.2		270	
0.5	Ax =	0.5	b =	100	
0.2		0.3		60	

Duální úloha:

bT =			bTy =			
270	100	60	1020000			
AT =			y =	Aty =		
0.9	0	0.1	666.6666667	2000	>=	
0.3	0.5	0.2	0	3000		
			14000			

c =

2000
3000

Příklad 7 - nutriční problém

Denní dávka výživy pro skupinu dospělých osob by měla mít energetickou hodnotu v rozmezí od 15000 do 20000 kJ, měla by obsahovat minimálně 80 g bílkovin, 15 mg železa a 10000 jednotek vitamínu A. Pro zabezpečení uvedených požadavků je k dispozici 8 základních druhů potravin. Jejich složení z hlediska uvažovaných komponent (vždy na 100 g dané potraviny) a jejich cena v Kč za 100 g je uvedená v tabulce 1. V denní dávce výživy může být přitom od každé potraviny maximálně 400 g a minimálně 100 g.

Cílem v dané úloze je nalezení takové skladby výživy, která bude respektovat všechny výše uvedené požadavky a současně bude co nejlevnější. V matematickém modelu úlohy lineárního programování bude zřejmě 8 proměnných, které budou vyjadřovat množství jednotlivých potravin ve stovkách gramů v navržené denní dávce výživy. Každá z proměnných bude zdola i shora omezena (maximální množství každé potraviny je 400 g, minimální množství je 100g). Každé výživové komponentě bude odpovídat jedna omezující podmínka (kromě energie, kde budou tyto podmínky dvě), která zabezpečí splnění definovaných požadavků.

Potravina	Energie [kJ]	Bílk. [g]	Železo [mg]	Vit. A [jedn.]	Cena [Kč]
Maso vepř.	1200	18.4	3.1	20	12.00
Máslo	3000	0.6	0.2	2500	11.20
Chléb	1160	7.2	0.8	0	1.50
Brambory	300	1.6	0.6	40	0.70
Jablka	240	0.0	0.5	60	1.80
Sýr eidam	1260	31.2	0.6	1100	10.60
Kuře	650	20.2	1.5	0	6.50
Jogurt bílý	450	7.0	0.2	260	3.20

minimalizovat
$z = 12x1 +11.2x2 +1.5x3 +0.7x4 +1.8x5 +10.6x6 +6.5x7 +3.2x8$
za podmínek
$1200x1 +3000x2 +1160x3 +300x4 +240x5 +1260x6 +650x7 +450x8 \geq 15000,$
$1200x1 +3000x2 +1160x3 +300x4 +240x5 +1260x6 +650x7 +450x8 \leq 20000,$
$18.4x1 + 0.6x2 + 7.2x3 + 1.6x4 + 31.2x6 +20.2x7 +7.0x8 \geq 80,$
$3.1x1 + 0.2x2 + 0.8x3 + 0.6x4 + 0.5x5 + 0.6x6 + 1.5x7 + 0.2x8 \geq 15,$
$20x1 + 2500x2 + 40x4 + 60x5 +1100x6 + 260x8 \geq 10000,$
$1 \leq xi \leq 4$, i = 1,2,...,8.

A =

1200	3000	300	1160	240	1260	650	450
-1200	-3000	-300	-1160	-240	-1260	-650	-450
18.4	0.6	7.2	1.6	0	31.2	20.2	7
3.1	0.2	0.8	0.6	0.5	0.6	1.5	0.2
20	2500	0	40	60	1100	0	260

c^T

12	11.2	1.5	0.7	1.8	10.6	6.5	3.2

x		Ax		b
0		20000		15000
3.951813		-20000		-20000
15.50327	=	118.8133	**>=**	80
3.011709		15		15
0		10000		10000
0				
0		$c^T x =$		
0		69.6234		

Duální úloha k Př.7:

bT =

15000	-20000	80	15	10000

AT =

1200	-1200	18.4	3.1	20
3000	-3000	0.6	0.2	2500
300	-300	7.2	0.8	0
1160	-1160	1.6	0.6	40
240	-240	0	0.5	60
1260	-1260	31.2	0.6	1100
650	-650	20.2	1.5	0
450	-450	7	0.2	260

y =

0
0.000673
0
2.127561
0.005118

ATy =		c =
5.889604		12
11.2		11.2
1.5		1.5
0.7	<=	0.7
1.209221		1.8
6.057721		10.6
2.753569		6.5
1.453116		3.2

bTy =

69.6234