EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Prezentace předmětu:

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

Vyučující:

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

SLEZSKÁ UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ FAKULTA V KARVINÉ

KVANTITATIVNÍ METODY V EKONOMICKÉ PRAXI

1.PŘEDNÁŠKA

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Cílem přednášky je seznámit se s sylabem předmětu a s podmínkami absolvování předmětu.

Téma: a) operace s množinami,

b) maticový počet.

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

Vyučující předmětu:

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Vyučující předmětu

Termín průběžného testu

Povinná docházka na seminářích

Termíny zkoušek

Zkouška

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

- Termíny zkoušek budou vypsány v Informačním systému. Na zkoušku se zapisujete do Informačního systému.

- Máte 3 pokusy!!!!!

Bodové hodnocení předmětu

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

- 90 - 100 bodů = A
- 80 - 89 bodů = B
- 70 - 79 bodů = C
- 65 – 69 bodů = D
- 60 – 64 bodů = E
- **0 - 59 bodů = F (nevyhověl)**

Logické operace a logické spojky

Negace	$\neg A$
Disjunkce	$A \vee B$
Konjunkce	$A \wedge B$
Implikace	$A \Rightarrow B$
Ekvivalence	$A \Leftrightarrow B$

- **Kvantifikátory**

  1) obecný (univerzální) kvantifikátor $\forall$

  2) existenční (malý) kvantifikátor $\exists$

- **Číselné množiny**

  N, Z, R, Q, I, C

- **Součtová a součinová symbolika**

  1) $$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$$

  2) $$\prod_{i=1}^{n} a_i = a_1.a_2\ldots.a_n$$

Vypočtěte:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

a) $\sum_{i=-1}^{3} 2^i$

b) $\prod_{i=3}^{n=5} 2i$

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Rozšířená číselná osa

$$R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$$

Řekneme, že

a) a je *horní závora množiny* M, jestliže $\forall x \in M : (x \leq a)$,

b) b je *dolní závora množiny* M, jestliže $\forall x \in M : (x \geq b)$.

Řekneme, že

a) a je *maximum množiny* M právě tehdy, jestliže $a \in M$ a a je horní závora množiny M,

b) b je *minimum množiny* M právě tehdy, jestliže $b \in M$ a b je …… závora množiny M.

Řekneme, že

a) *a* je *suprémum množiny M*, jestliže *a* je minimem množiny horních závor množiny *M*,

b) *b* je *infimum množiny M*, jestliže *b* je .... množiny .... závor množiny *M*.

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

a) sjednocení množin A, B:

$A \cup B = \{x;\ x \in A \ \vee \ x \in B\}$,

b) průnik množin A, B:

$A \cap B = \{x;\ x \in A \ \wedge \ x \in B\}$,

Operace s množinami

c) rozdíl množin A, B:

$$A - B = \{x;\ x \in A \ \wedge\ x \notin B\},$$

d) doplněk množiny A:

$$\overline{A} = \{x;\ x \in Z \ \wedge\ x \notin A\},$$

(množina Z je základní množinou),

Operace s množinami

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

e)kartézský součin množin

A, B:

$A\text{x}B = \{(x, y);\ x \in A \wedge y \in B\}$.

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Graficky znázorněme množiny A, B, C, D a $\overline{A} \cap B$, kde

$$A = \{(x,y) \in R^2;\, x^2 + y^2 < 9\},$$

$$B = \{(x, y) \in R^2;\, x^2 + 2x + 3 \geq$$

$$C = \{(x, y) \in R^2;\, x \leq 0 \wedge y \geq 0\}$$

$$D = \{(x, y) \in R^2;\, x + 2y \leq 2\}.$$

Maticový počet

Maticí typu (*m*,*n*) nazýváme množinu prvků a_{ik} uspořádaných do m řádků a n sloupců, tj. schéma

$$\begin{pmatrix} a_{11}\, a_{12} \ldots a_{1n} \\ a_{21}\, a_{22} \ldots a_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\ldots \\ a_{m1}\, a_{m2} \ldots a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Diagonální matice je čtvercová matice, jejíž prvky neležící v hlavní diagonále jsou nuly, tj. $a_{ik} = 0$ pro $i \neq k$.

Jednotková matice E je diagonální matice, jejíž prvky v hlavní diagonále jsou jedničky.

Trojúhelníková matice je matice, která má pod (resp. nad) hlavní diagonálou samé nuly.

Operace s maticemi

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Rovnost matic

Matice $A = (a_{ik})$, $B = (b_{ik})$ téhož typu (m,n) se sobě rovnají, mají-li na stejných místech stejné prvky:

$$A = B \quad \Leftrightarrow \quad a_{ik} = b_{ik}\ , \forall i, \forall k.$$

Operace s maticemi (rovnost matic)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

Vypočtěme $a, b, c \in R$, jestliže platí:

$$\begin{pmatrix} a & a+b \\ c & 3+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

Operace s maticemi (sčítání, násobení)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

Vypočtěme $2A + 3B$, kde:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -4 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Operace s maticemi (násobení matic)

$$\underset{(m,n)}{A} \;.\; \underset{(n,p)}{B} = \underset{(m,p)}{C}$$

Podmínkou existence definovaného součinu AB je rovnost ….

Pro násobení matic neplatí komutativní zákon!!!!!

Operace s maticemi (násobení matic)

Příklad.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \quad & \quad \\ & \\ & \end{pmatrix}$$

Operace s maticemi (transponovaná matice)

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS
ADMINISTRATION IN KARVINA

Příklad.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

Hodnost matice

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Hodnost $\boldsymbol{h(A)}$ matice A je maximální počet lineárně nezávislých řádků matice A.

Dvě matice, které mají stejnou hodnost nazýváme **ekvivalentní,** $A \approx B$.

Řádkové elementární úpravy

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Hodnost matice se nezmění, jestliže v matici provedeme tzv. **řádkové elementární úpravy**:

1. vyměníme dva řádky matice,
2. násobíme řádek matice nenulovým číslem,
3. přičteme-li k jednomu řádku matice lineární kombinaci ostatních řádků,
4. vynecháme -li v matici řádek, který je lineární kombinací ostatních řádků.

Určete hodnosti matic:

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

Inverzní matice A^{-1}

existuje pouze k regulární matici A a platí:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = E.$$

Ke každé regulární matici existuje právě jedna matice inverzní.

<u>Vlastnosti inverzních matic:</u>

$$E^{-1} = E,$$

$$(A^{-1})^{-1} = A,$$

$$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}.$$

Příklad

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Vypočtěte A^{-1} k matici

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Maticové rovnice

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Platí vztahy:

1) pro regulární matici D platí: $DD^{-1} = D^{-1}D = E$,

2) pro matici X platí:

$$XE = EX = X.$$

Závěr přednášky

SILESIAN UNIVERSITY
SCHOOL OF BUSINESS ADMINISTRATION IN KARVINA

Děkuji Vám za pozornost !!!