

Seminář č. 4

1. Derivujte (použijte Tabulku 1):

a) $y = 5 + x^1 + x^2 + x^3$

b) $y = 24x^5 - 3x^2 + 8x - 4$

c) $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

d) $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[4]{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$

e) $y = 2 \ln x + 5 \sin x - \cos x + e^x$

f) $y = \frac{3}{x^4} - 2\sqrt[3]{x} + \frac{4}{\sqrt[4]{x^3}}$

g) $y = 3^x + 2 \log x + \sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$

h) $y = 4 \operatorname{tg} x - \operatorname{cot} gx$

i) $y = 2 \operatorname{arctg} x + 5 \operatorname{arc} \sin x$

2. Derivujte součin funkcí:

a) $y = x \cdot e^x$

b) $y = (x^2 + 1) \cdot e^x$

c) $y = x^3 \cdot \ln x$

d) $y = (x^2 + 4) \cdot \sin x$

e) $y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} x$

3. Derivujte podíl funkcí:

a) $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$

b) $y = \frac{x}{\ln x}$

c) $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

d) $y = \frac{\sin x}{\cos x}$

$$e) y = \frac{e^x + 3}{e^x}$$

4. Derivujte složené funkce:

$$a) y = (x^2 + 2)^6$$

$$b) y = \ln(4x + 1)$$

$$c) y = 3\sin(x^2 + 3)$$

$$d) y = \sqrt{x^2 + 4x}$$

$$e) y = \frac{5}{(2x + 4)^3}$$

$$f) y = \operatorname{tg}^3 4x$$

$$g) y = \ln^n x^2$$

5. Vypočtěte první, druhou a třetí derivaci funkce:

$$a) y = x^4 - 5x^3 + 2x + 1$$

$$b) y = \ln x$$

$$c) y = \cos x$$

$$d) y = 2\sqrt{x}$$

Tabulka 1. Přehled derivací elementárních funkcí.

$f(x)$	$f'(x)$
konstanta	0
x	1
x^n	nx^{n-1}
e^x	e^x
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
a^x	$a^x \cdot \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\operatorname{tg} x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\operatorname{cotg} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\operatorname{arctg} x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arccotg} x$	$-\frac{1}{1+x^2}$

Průběh funkce

Při určování průběhu funkce obvykle postupujeme podle následující osnovy:

1. $D(f)$.
2. Limity (jednostranné) v bodech nespojitosti a v nevlastních bodech.
3. Průsečíky s osami x a y , znaménka funkčních hodnot.
4. První derivace, její nulové body.
5. Lokální extrémů a intervaly monotónnosti.
6. Druhá derivace a její nulové body.
7. ~~Inflexní body, konkávnost, konvexnost.~~
8. ~~Asymptoty.~~
9. Graf funkce.

6. Určete průběh funkce $f: y = x^3 - 6x^2 + 9x$ a $y = \frac{x^3}{x-1}$