CVIČENÍ č. 3 – Množiny

1. Jaké číselné obory představují písmena N, Z, Q, I a R?

N ... přirozená čísla (začínají 1), Z ... celá čísla, Q ... racionální čísla , I ... iracionální (např. odmocniny nebo π), R ... reálná (všechna).

2. Jsou dány množiny A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 5}, B = {0, 1, 2, 4, 5} a C = {1, 2}. Určete:

a) $A \cup B = \{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$, do sjednocení patří všechny prvky z jedné nebo druhé množiny

b) $A \cap B = \{0,1,2,5\}$, do průniku patří prvky, které se nacházejí v obou množinách

c) $A - B = \{-2,-1,3\}$, do rozdílu patří prvky, které jsou v A a nejsou v B

d) $B - A = \{4\}$

e) $\overline{C}_B$ = {0, 4, 5} doplněk množiny C v množině B tvoří prvky, které jsou v C, ale nejsou v B. B musí být podmnožinou C.

3. Jsou dány množiny N a S = {-2, -1, 0, 1} Určete:

a) $N \cup S = \{-2,-1,0,1,2,...\}$ b) $N \cap S = \{1\}$ c) $N - S = \{2,3,4,...\}$

4. Jsou dány množiny $E = \{x \in N; x \le 5\}$, $F = \{x \in Z; |x| \le 2\}$. Určete jejich sjednocení, průnik a rozdíl.

Tyto množiny jsou zapsány pomocí *charakteristické vlastnosti* (vzorečku) narozdíl od předešlých množin, které byly zadány *výčtem prvků*. Zápis $E = \{x \in N; x \le 5\}$ přečteme takto: množinu E tvoří přirozená čísla x taková, že x má být menší nebo rovno 5. První část závorky nám tedy říká, jaké prvky tvoří množinu (přirozená čísla), druhá část říká, jakou vlastnost mají tyto prvky mít (musí být menší nebo rovny 5). Proto $E = \{1,2,3,4,5\}$. Množinu F mají tvořit celá čísla v absolutní hodnotě menší nebo rovna 2. Proto $F = \{-2,-1,0,1,2\}$.

$E \cup F = \{-2,-1,0,1,2,3,4,5\}$

$E \cap F = \{1,2\}$

$E - F = \{3,4,5\}$

5. Jsou dány množiny $A = \langle -5,3 \rangle$ a $B = (-4,1)$. Určete jejich sjednocení, průnik a rozdíl.

Doporučuji si načrtnout číselnou osu, zobrazit oba intervaly jako šipky. Sjednocení je ta část číselné osy, nad kterou je alespoň jedna šipka, průnik ta část, nad kterou se šipky překrývají.

$A \cup B = A = \langle -5,3 \rangle$

$A \cap B = B = (-4,1)$

$A-B=\langle -5,-4\rangle \cup \langle 1,3\rangle$

$B-A=\emptyset$

6. Zapište jako interval (sjednocení intervalů) množinu $A=\{x\in R; |x-2|\le 4 \quad \wedge \quad |6+x|>7\}$.

7. Určete kartézský součin množin A a B, a C a D, a načrtněte jej v pravoúhlé soustavě souřadnic: $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $C=\langle -2,3\rangle$ a $D=(1,3)$.

8. Znázorněte v rovině následující množiny bodů:

$A=\{(x,y)\in R^2;\ x^2+y^2<9\}$, $\qquad B=\{(x,y)\in R^2;\ x^2\ge y\}$,

$C=\{(x,y)\in R^2;\ x<0 \quad \wedge \quad y>-1\}$, $\qquad D=\{(x,y)\in R^2;\ |x|\le 2 \quad \wedge \quad |y|>1\}$,

$E=\{(x,y)\in R^2; x+y\le 2\}$, $\qquad F=\{(x,y)\in R^2;\ x=y^2\}$,

$G=\{(x,y)\in R^2;\ x>y \quad \wedge \quad y\ge 0\}$ $\qquad H=\{(x,y)\in R^2; y\le 2x-1\wedge x^2+y^2\le 4\}$

(Bude nakresleno na tabuli)

9. Určete maximum, minimum, supremum, infimum a omezenost následujících množin:

a) $A=\langle -12,7\rangle$ b) $B=(1,2)$ c) $C=<0,5)$ d) $D=<-2,\infty)$

e) R f) { } g) {4}

a) max = 7, min = -12, sup = 7, inf = -12, b) max = není , min = není, sup = 2, inf = 1, c) max = není, min = 0, sup = 5, inf = 0, d) max = není , min = -2, sup = $+\infty$, inf = -2, e) max = není, min = není, sup = $+\infty$, inf = $-\infty$, f) max = není, min = není, sup = $-\infty$, inf = $+\infty$, g) max = 4, min = 4, sup = 4, inf =4

10. Vypočtěte:

a) $\sum_{n=1}^{5} n^2$ b) $\sum_{n=1}^{4}\frac{1}{n}$ c) $\sum_{i=0}^{3} 2^i$ d) $\prod_{i=1}^{5}(i+1)$

a) $\sum_{n=1}^{5} n^2 = 1^2+2^2+3^2+4^2+5^2=55$, b) $\sum_{n=1}^{4}\frac{1}{n}=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{25}{12}$,

c) $\sum_{i=0}^{3} 2^i = 2^0+2^1+2^2+2^3=15$, d) $\prod_{i=1}^{5}(i+1)=(1+1)(2+1)(3+1)(4+1)(5+1)=720$