

Statistické zpracování dat 12.přednáška

Mgr. Radmila Krkošková, Ph.D.



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**

OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Analýza časových řad (4)



Obsah přednášky



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Metody exponenciálního vyrovnání
- ARIMA metody
- Případové studie v Excelu a SPSS



Modely analýzy časových řad - shrnutí



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

1. Dekompoziční modely:

- Aditivní
- Multiplikativní

2. Adaptivní modely exponenciálního vyrovnání:

- Jednoduchý
- Holtův
- Wintersův



Modely analýzy časových řad - shrnutí



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

3. Box-Jenkinsovy modely ARIMA:

- AR, MA
- I (náhodná procházka)
- ARIMA, SARIMA (Sezónní)



Dekompoziční modely: aditivní a multiplikativní



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$$y_t = T_t \oplus S_t \oplus C_t \oplus \varepsilon_t$$

- trendová složka
- sezónní a cyklická složka
- náhodná složka



Metody exponenciálního vyrovnání



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Jednoduché ExVy
(bez trendu a sezónní složky)

- Holtovo ExVy
(s trendem bez sezónní složky)

- Wintersovo ExVy
(s trendem a sezónní složkou)



Jednoduché exponenciální vyrovnání



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- bez trendu a sezónní složky
- 1 parametr: α

$$\tilde{y}_t = \alpha y_t + (1 - \alpha) \tilde{y}_{t-1}, \quad t = 2, 3, \dots$$

\tilde{y}_t – vyrovnaná hodnota

$$\tilde{y}_1 = y_1$$



Holtovo exponenciální vyrovnání



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- lineární trend, bez sezónní složky
- 2 parametry: α , γ
- 2 rovnice (složitější)



Wintersovo exponenciální vyrovnání



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- lineární trend (tlumený)
- multiplikační sezónní složka
- 4 parametry: α , γ , δ , φ
- 3 rovnice (komplikované)



Případové studie v SPSS



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

1. Predikce zásob materiálu
(model jednoduchého exponenciálního vyrovnání)

2. Predikce prodeje oděvů
(sezónní model Wintersova Ex Vy)



Model jednoduchého exponenciálního vyrovnání



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Predikce zásob materiálu „Zasoby“

- Zásoby materiálu ve skladu kolísají v průběhu času - časová řada (ČŘ) množství zásoby
 - Model exponenciálního vyrovnání umožní predikci vývoje zásob na základě ČŘ dat v minulosti → řízení zásob
1. Krok: zobrazení ČŘ: „vizuální“ analýza
 2. Krok: odhad modelu ExVy
 3. Krok: výpočet parametrů modelu ExVy
 4. Krok: výpočet a zobrazení predikce modelu ExVy
 5. Krok: posouzení validity modelu ExVy (rezidua!)
 6. Krok: interpretace výsledku

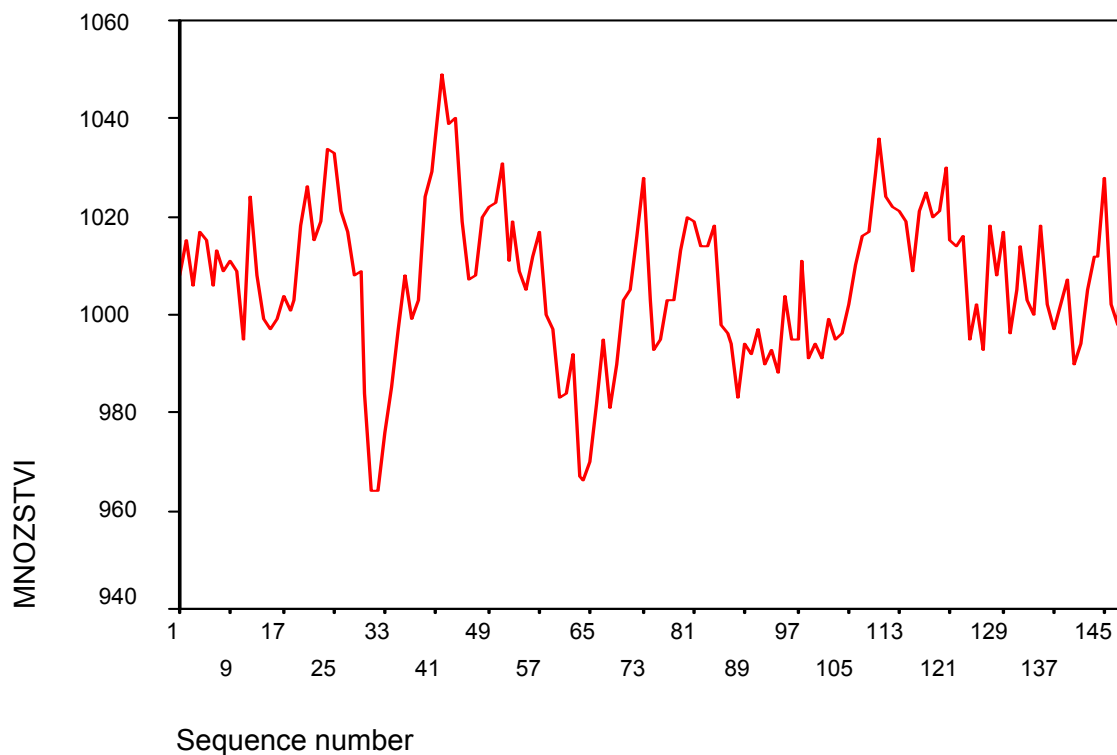


Zobrazení dat - graf



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- Žádný trend
- Žádná sezónnost
- Pozitivní autokorelace
- vhodné pro model ExVy



Parametry modelu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

4 parametry: α , γ , δ , φ z intervalu $[0,1]$

- $\alpha \approx 1$ - predikce využívá výlučně „nejčerstvější“ hodnotu ČŘ
- $\alpha \approx 0$ - predikce využívá všech hodnot ČŘ „stejně“
- $\gamma \approx 1$ - predikce využívá trend z „nejčerstvějších“ hodnot ČŘ
- $\gamma \approx 0$ - predikce využívá trend všech hodnot ČŘ „stejně“
- $\delta \approx 1$ - predikce využívá sezónnost z „nejčerstvějších“ hodnot ČŘ
- $\delta \approx 0$ - predikce využívá sezónnost všech hodnot ČŘ „stejně“
- $\varphi \approx 1$ - trend rychle vymizí
- $\varphi \approx 0$ - trend pomalu vymizí



Odhad parametrů modelu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Model ExVy Zasoby: SPSS: Analyze → Time Series → Exponential smoothing

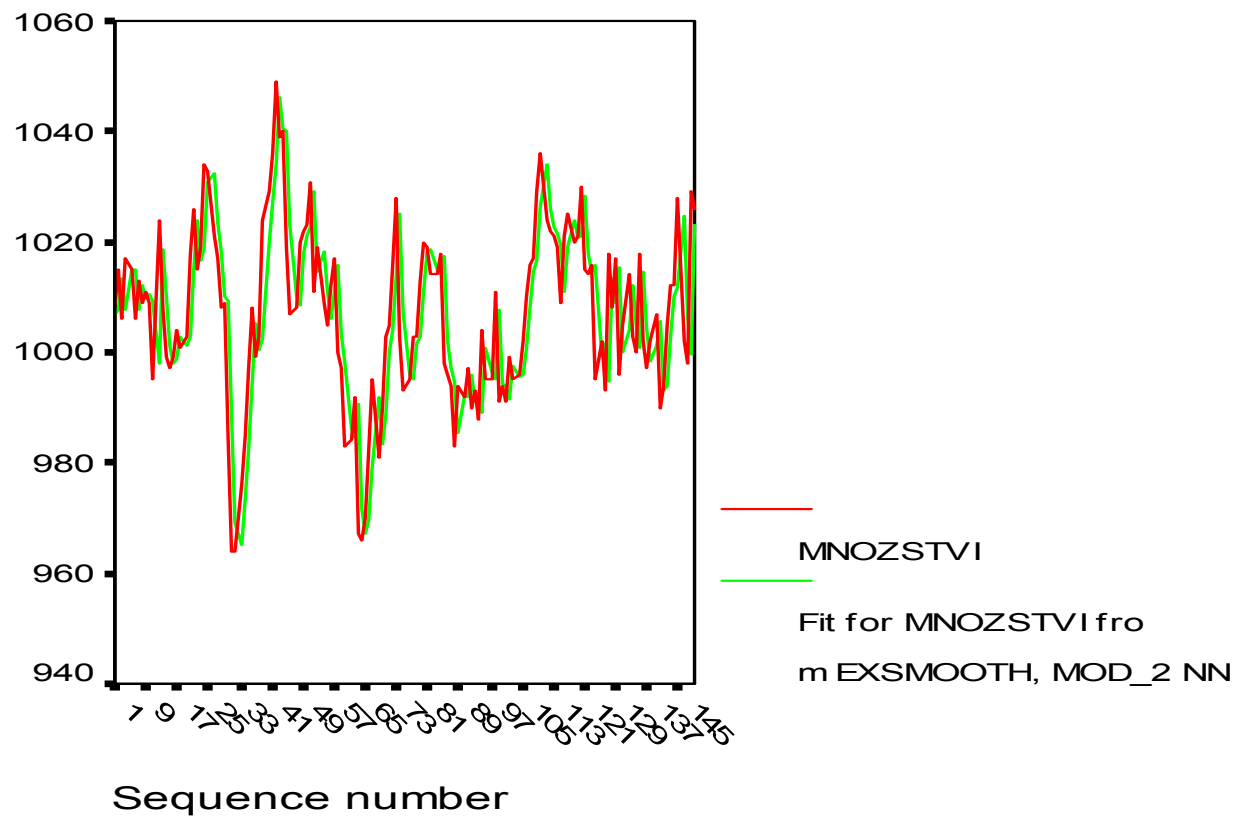
- Typ modelu: **Simple** (Holt, Winters, Custom)
- $\gamma = \delta = \varphi = 0$, α odhadneme pomocí Grid Search - vybereme $\alpha = 0,8$ (s nejmenším SSE - Sum of Squared Errors)
- **Interpretace α** : silná závislost modelu na nejčerstvějších údajích
- Vytvoří se nové proměnné **fit_1** a **err_1** modelových hodnot a odchylek skutečnosti od modelu
- Zobrazení **fit_1** a **err_1** a jejich interpretace (adekvátnost modelu)



Zobrazení původních a modelových hodnot $\alpha = 0,8$



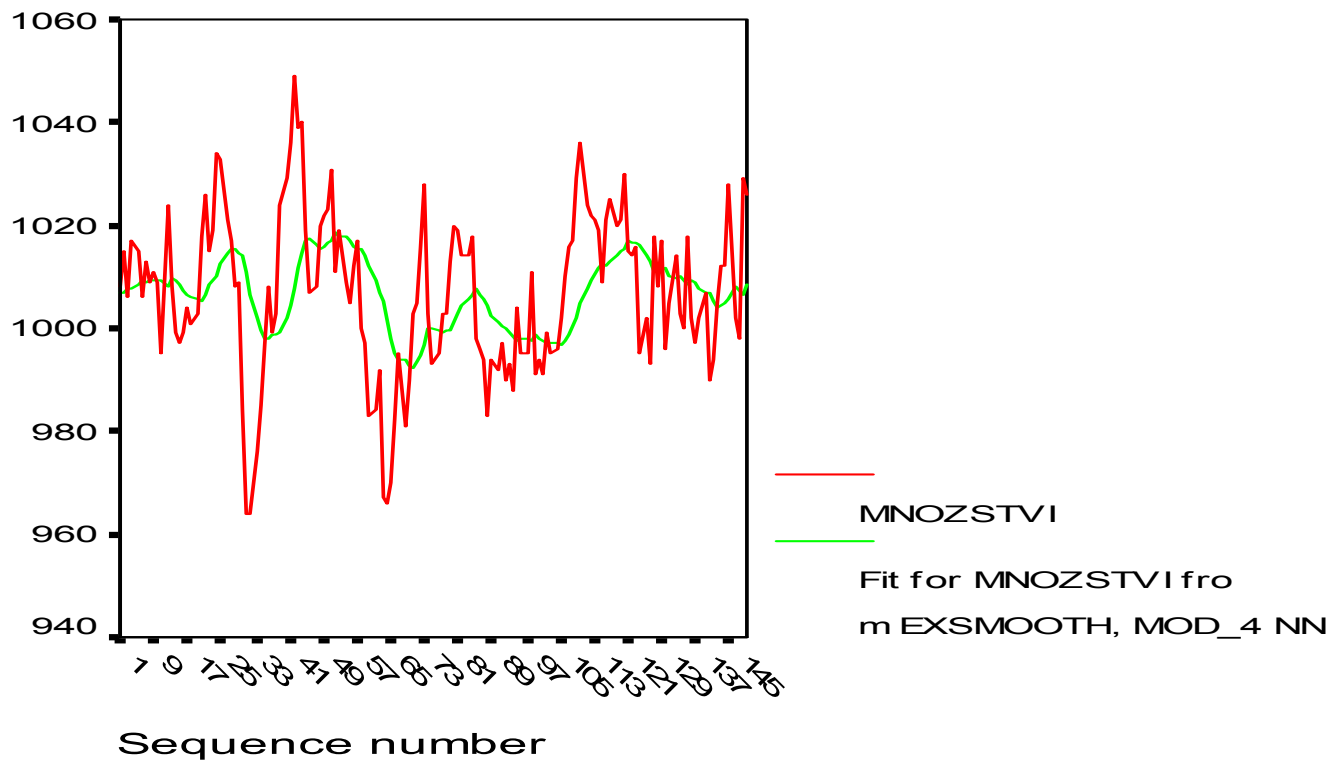
**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Zobrazení původních a modelových hodnot $\alpha = 0,1$



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Predikce pomocí modelu exponenciálního vyrovnání



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- ExVy je vhodné pro krátkodobé predikce („1 krok dopředu“)

Typ modelu:

- **Simple** - ČŘ nemá trendovou ani sezónní složku
- **Holt** - ČŘ má lineární trend, nemá sezónní složku
- **Winters** - ČŘ má lineární trend a multiplikační sezónní složku (v SPSS je zapotřebí definovat sezónnost pomocí „Define Dates“)
- **Custom** - volitelné modely trendu (lineární, exponenciální, tlumený) a sezónnosti (žádná, multiplikační, aditivní)



Predikce pomocí modelu exponenciálního vyrovnání



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

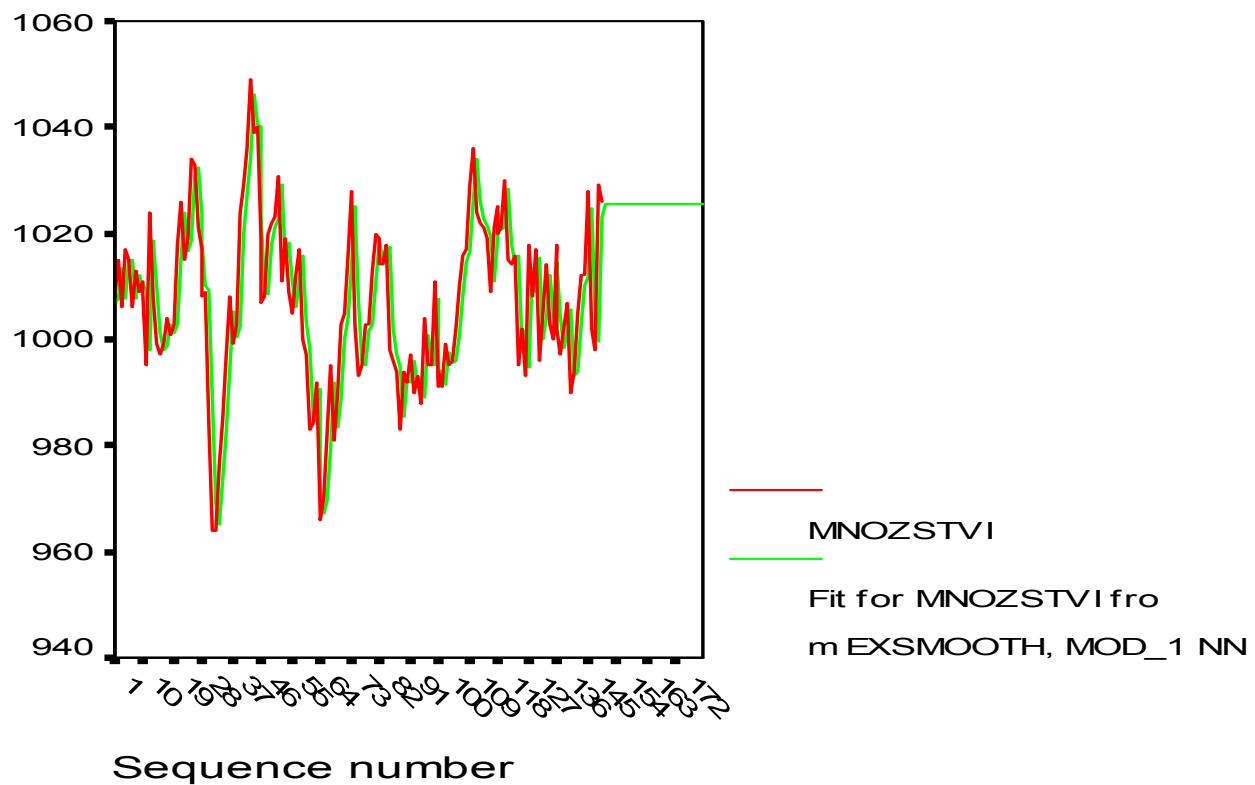
- **Výchozí stav:** Je definován model ExVy (tj. typ + parametry)
- SPSS: Save → Predict through option → n (poslední predikovaná hodnota)
- zobrazení původní a modelové ČŘ včetně predikce
- Pro model „Zasoby“ predikce konstattní (chybí trend i sezónnost), viz Obr.



Predikce



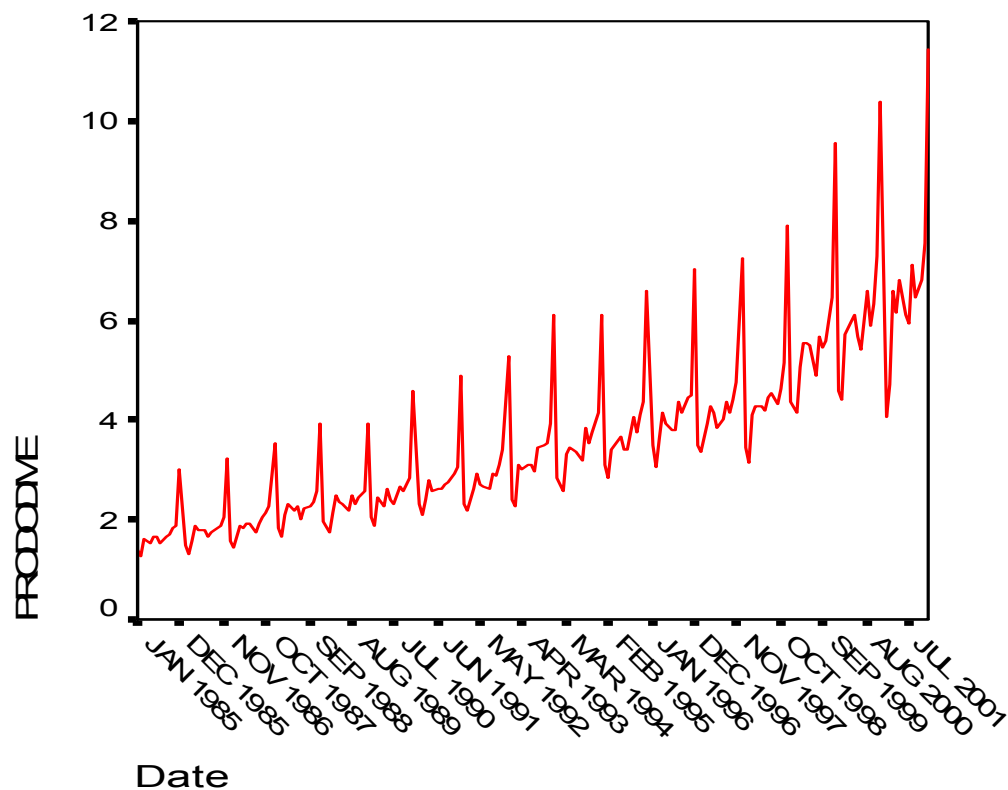
**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Model se sezónní a trendovou složkou



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ



Model se sezónní a trendovou složkou



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

$\alpha = 0,1$, $\gamma = 0,1$, $\delta = 0,1$

(optimální parametry)

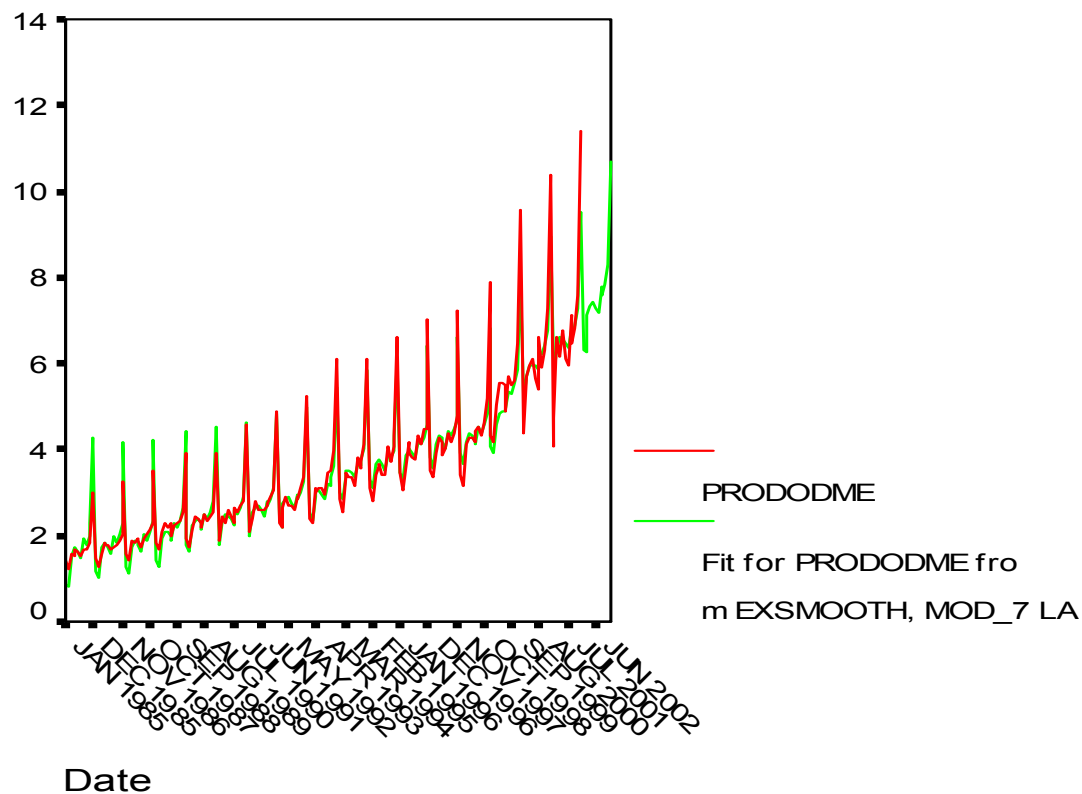
Typ: Custom - lin. trend,

aditivní sezónnost

Data od 1/1985

Predikované hodnoty:

JAN2003 až DEC2003



ARIMA modely (Box-Jenkinsovy modely)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- stochastický proces (ČŘ)
- stacionarita ČŘ
- AR - autoregresivní modely
- MA - modely klouzavých průměrů
- I - integrační modely (nestacionární ČŘ)
„náhodná procházka“
- sezónní ARIMA modely = SARIMA



ARIMA modely



- Auto Regressive Integrated Moving Average
- 3 složky: $AR(p) + I(d) + MA(q) = ARIMA(p,d,q)$
- Příklady:
- AR(1): $Hodnota_t = \varphi \times Hodnota_{t-1} + Porucha_t$
- I(1): $Hodnota_t = Hodnota_{t-1} + Porucha_t$
„Náhodná procházka“ (AR(1) s $\varphi = 1$)
- MA(1): $Hodnota_t = \psi \times Porucha_{t-1} + Porucha_t$
- AR(2): $Hodnota_t = \varphi_1 \times Hodnota_{t-1} + \varphi_2 \times Hodnota_{t-2} + Porucha_t$
- atd. pro více zpožděné hodnoty



Autokorelace a parciální autokorelace v modelech ARIMA



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

Autokorelace: korelace hodnot ČŘ se sebou o daný časový posuv

Autokorelační funkce ACF(k): korelace hodnot ČŘ se sebou o časový posuv
 $k = 1, 2, \dots$

Parciální autokorelační funkce PACF(k): parciální korelace hodnot ČŘ se sebou o časový posuv $k = 1, 2, \dots$

ACF a PACF mají pro různé typy ARIMA modelů charakteristické vlastnosti (tvary grafů ACF a PACF)

Příklad: AR(1): $x_t = \varphi \times x_{t-1} + a_t$, $\varphi = 1$ odtud

$x_t - x_{t-1} = a_t$ (tj. 1. Diference = bílý šum)

• AR(1) = I(1), tj. NP, pokud a_t je bílý šum, tj.

$E(a_t) = 0$ a $ACF(k) = 0$ pro $k = 1, 2, \dots$



Vlastnosti bílého šumu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

1. Bílý šum a_t v modelu ČŘ mají:

- a) střední hodnotu = 0
- b) normální rozdělení
- (neznámý) konstantní rozptyl σ^2 (*homoskedasticita*)

2. Náhodné složky jsou *nekorelované*, tj.

$$\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t'}) = 0 \text{ pro každé } t \neq t', t, t' = 1, 2, \dots, n$$





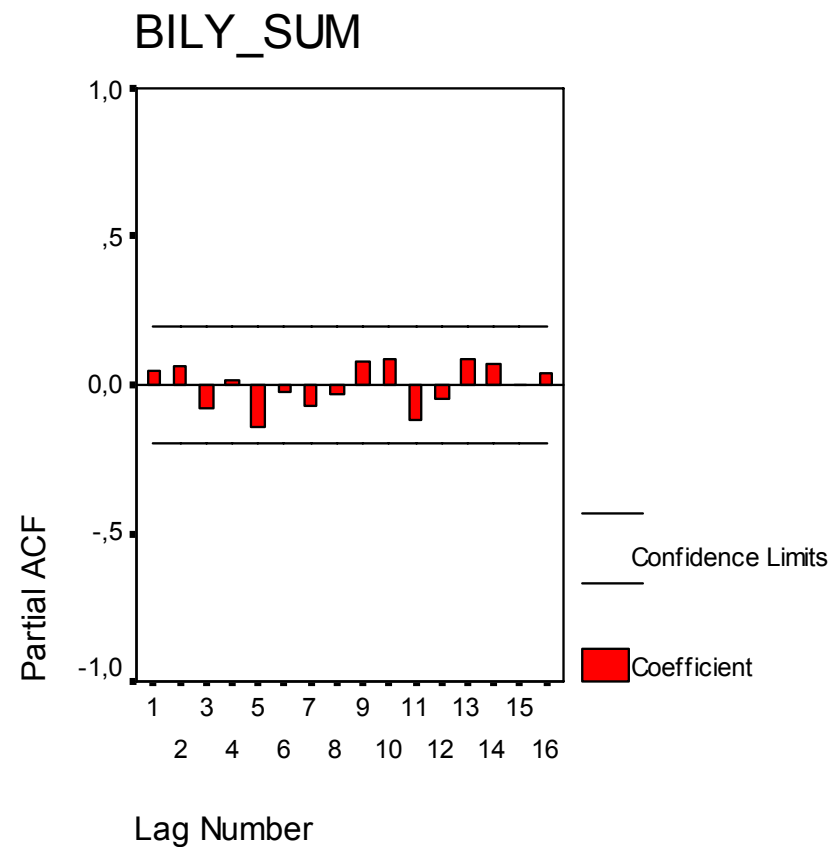
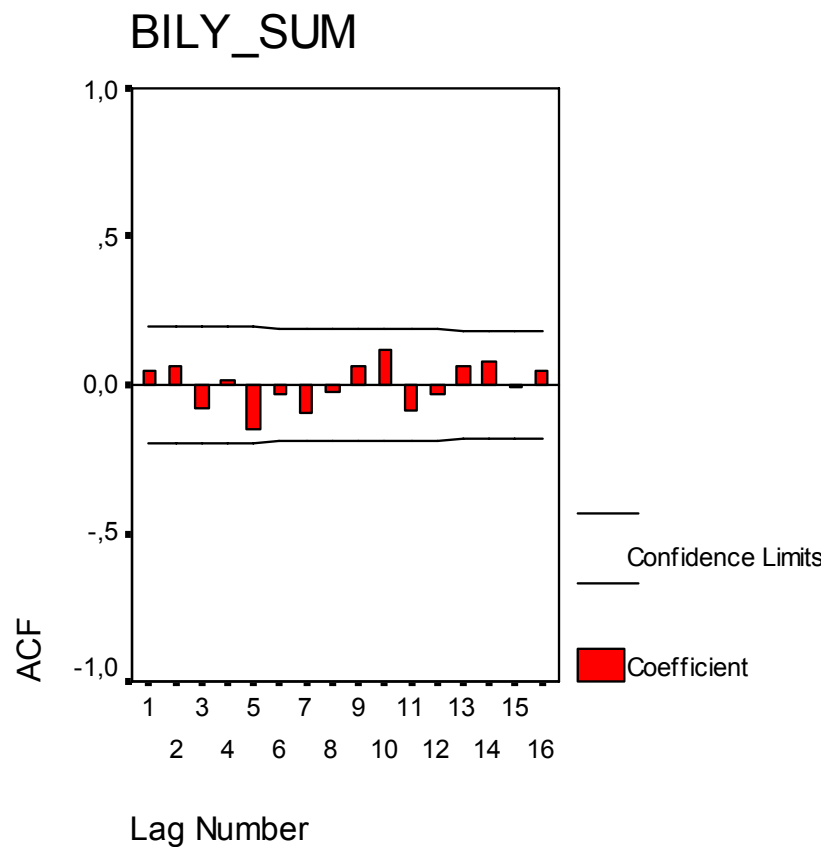
Identifikace modelu ARIMA (p, d, q)

Různé typy ACF a PACF (SPSS: Graphs → Time Series → Autocorrelations...):

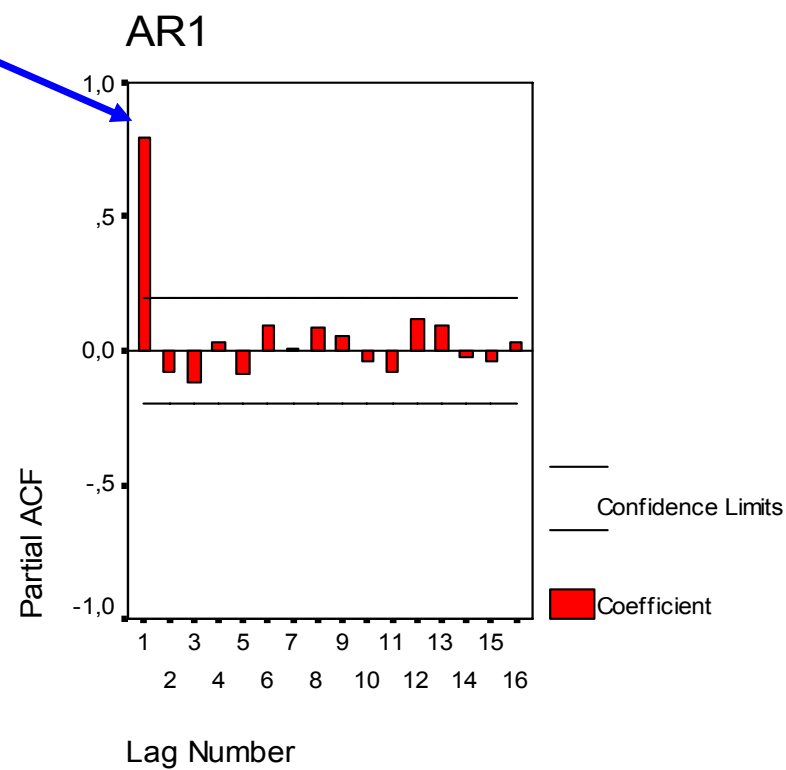
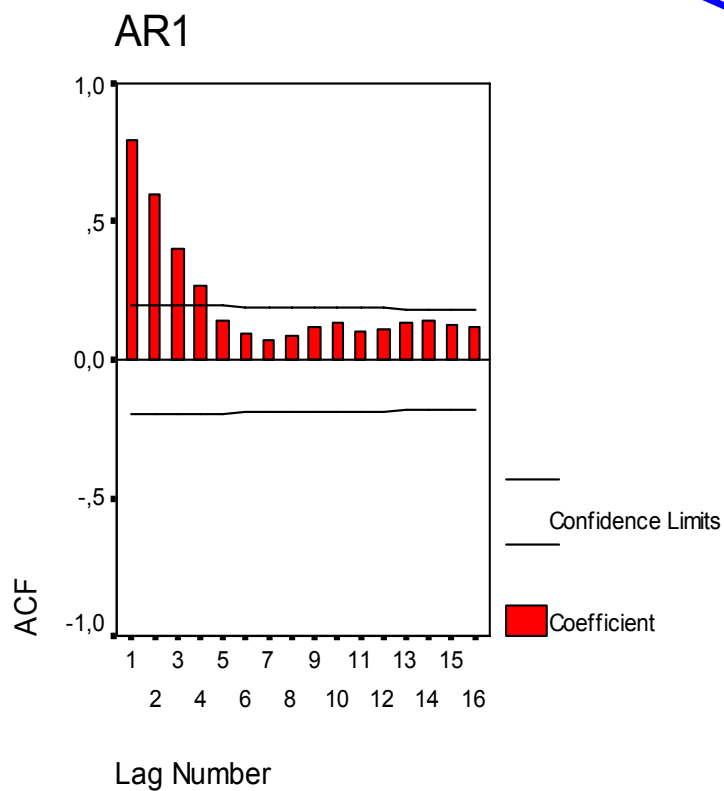
- Model AR(p) - prvních p hodnot PACF je velkých, další = 0
a rychlý pokles (v absolutních hodnotách) ACF
- Model MA(q) - prvních q hodnot ACF je velkých, další = 0
a rychlý pokles (v absolutních hodnotách) PACF
- Model I(d) - pomalý pokles ACF - nestacionární ČŘ
(diferencovat d krát)
- AR(p) = ARIMA(p,0,0), MA(q) = ARIMA(0,0,q),
I(d)=ARIMA(0,d,0)



ACF a PACF: bílý šum



ACF a PACF: AR(1)

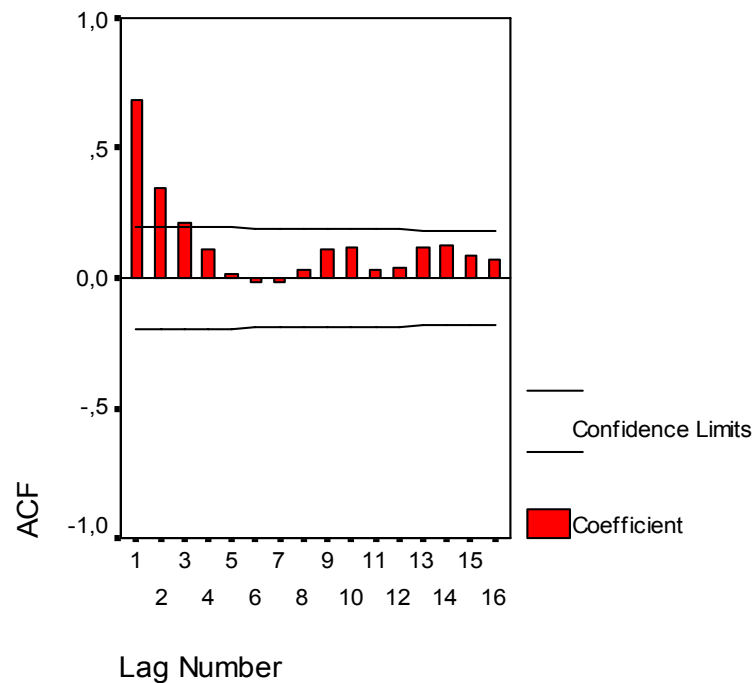


ACF a PACF: ARMA(1,1)

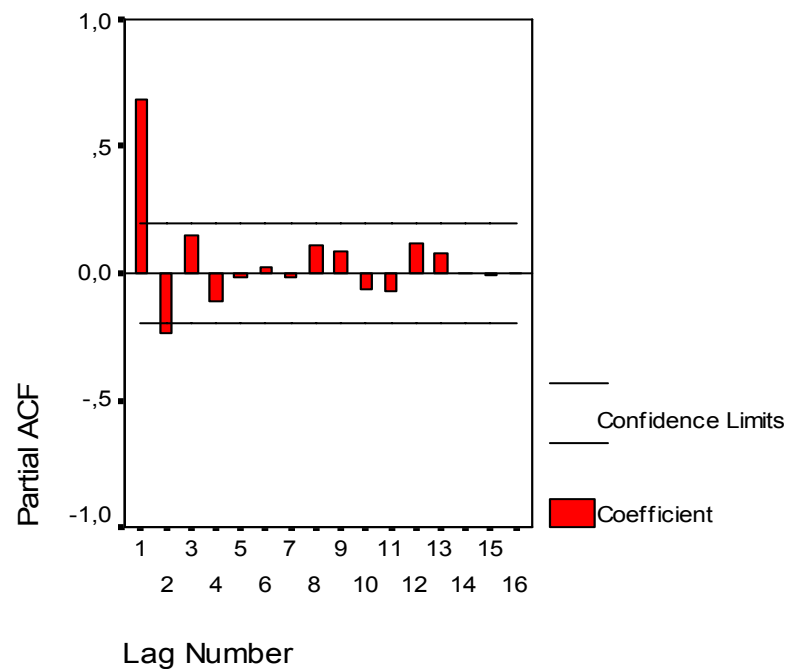


**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

ARMA11



ARMA11



Proces stanovení ARIMA modelu



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
OBCHODNĚ PODNIKATELSKÁ
FAKULTA V KARVINĚ

- **Identifikace modelu:**
stanovení řádů tj. čísel p , d , q v modelu $ARIMA(p,d,q)$
(v sezónních modelech $SARIMA$ ještě další parametry)
využití tvarů ACF a PACF
- **Odhad modelu:**
odhad parametrů modelu
 1. Diferencování modelu (d -krát) \rightarrow stacionarizace
 2. Výpočet koeficientů modelu: φ a ψ (metoda max. věrohodnosti)
 3. Výpočet nových ČŘ modelových hodnot (fit, err)
- **Verifikace modelu:**
Reziduum (err) je bílý šum \Rightarrow ACF a PACF jsou nulové (tj. v 95% mezích)





Děkuji Vám za pozornost!!!

