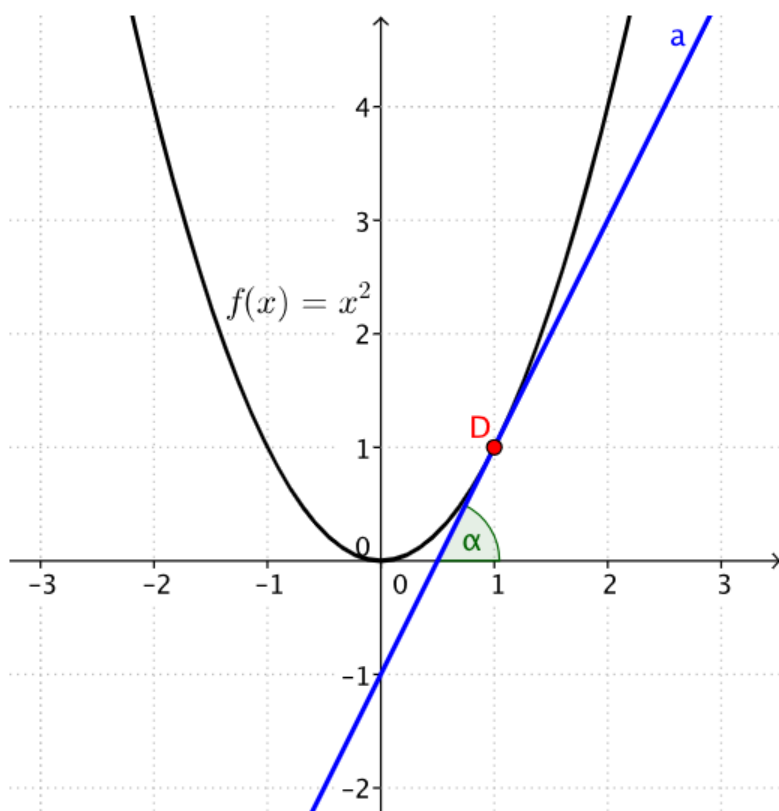


Derivace funkce jedné reálné proměnné

Derivace funkce v bodě (v dané hodnotě x) představuje směrnici tečny této funkce v daném bodě. Je to číslo, které udává sklon této tečny.

Derivací funkce získáme jinou funkci. Získáme vzorec směrnice tečny pro libovolné x . Dosazením konkrétní hodnoty x získáme směrnici tečny.

Derivace funkce se používá v citlivostní analýze, při určování mezních veličin, při hledání maximálních nebo minimálních hodnot.



a ... tečna funkce $y = x^2$
v bodě **D** = [1; 1], obecně má rovnici $y = kx + q$, kde k je směrnice tečny a udává její sklon

D ... bod dotyku, tečný bod

α ... úhel mezi tečnou a kladnou poloosou x

$\text{tg } \alpha$... směrnice tečny **a**

Potom:

Derivace funkce $y = x^2$
v bodě **D** = [1; 1] je hodnotou směrnice tečny **a**.

Zdroj: <https://www.matweb.cz/derivace/>

Pár poznámek k počítání s mocninami

$$\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[3]{x^4} = x^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$$

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

$$\frac{3}{x^2} = 3x^{-2}$$

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^4}} = x^{-\frac{4}{5}}$$

$$(\sin x)^2 = \sin^2 x \neq \sin x^2$$

$$(\ln x)^2 = \ln^2 x \neq \ln x^2$$

DERIVACE ZÁKLADNÍCH FUNKCÍ

funkce $f(x)$	derivace $f'(x)$	příklad	
$y = c$	$y' = 0$	$y = 1$	$y' = 0$
$y = cx$	$y' = c$	$y = 2x$	$y' = 2$
$y = x^n$	$y' = n \cdot x^{n-1}$	$y = x^3$	$y' = 3x^2$
$y = e^x$	$y' = e^x$	$y = 4e^x$	$y' = 4e^x$
$y = \ln x$	$y' = \frac{1}{x}$	$y = 5 \ln x$	$y' = \frac{5}{x}$
$y = a^x$	$y' = a^x \ln a$	$y = 6^x$	$y' = 6^x \ln 6$
$y = \log_a x$	$y' = \frac{1}{x \ln a}$	$y = \log_7 x$	$y' = \frac{1}{x \ln 7}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$	$y = 8 \sin x$	$y' = 8 \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$	$y = 9 \cos x$	$y' = -9 \sin x$
$y = \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{1}{\cos^2 x}$	$y = 10 \operatorname{tg} x$	$y' = \frac{10}{\cos^2 x}$
$y = \operatorname{cotg} x$	$y' = -\frac{1}{\sin^2 x}$	$y = 11 \operatorname{cotg} x$	$y' = -\frac{11}{\sin^2 x}$
$y = \arcsin x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = 12 \arcsin x$	$y' = \frac{12}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \arccos x$	$y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$y = 13 \arccos x$	$y' = -\frac{13}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$	$y = 14 \operatorname{arctg} x$	$y' = \frac{14}{1+x^2}$
$y = \operatorname{arccotg} x$	$y' = -\frac{1}{1+x^2}$	$y = 15 \operatorname{arccotg} x$	$y' = -\frac{15}{1+x^2}$

Matematický vtíp:

Přijde derivace do baru. Když si toho funkce všimnou, začnou v panice prchat pryč, jenom jedna zůstává klidně sedět na místě. Barman se jí ptá: „Vidíš přece, že přišla derivace. To se nebojíš?“ Funkce odpoví: „Nebojím. Jsem e^x .“

Derivace funkce v bodě

Určete směrnici tečny funkce v daném bodě a určete, zda je funkce v daném bodě rostoucí, nebo klesající:

$$f(x) = 5x^3 + 6x^2 - 8, x = 2$$

$$f(x) = \frac{3}{x}, x = -2$$

Derivace součinu funkcí

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(x^2 \cos x)' =$$

$$(4^x x^4)' =$$

Derivace podílu funkcí

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$\left(\frac{\cos x}{\ln x}\right)' =$$

$$\left(\frac{\ln x}{\sin x}\right)' =$$

Derivace složené funkce

$$f(g)' = f'(g) \cdot g'$$

$$\left[\frac{5}{(2x+4)^3}\right]' =$$

$$\ln(\sin x)' =$$