

Užití diferenciálního počtu aneb kde se používají derivace

L'Hospitalovo pravidlo

L'Hospitalovo pravidlo se používá při výpočtu limity funkce tam, kde se dostáváme k neurčitým výrazům typu $\frac{0}{0}$ nebo $\frac{\infty}{\infty}$.

Platí:

Jestliže $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ nebo $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$, pak $\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

... c může být vlastní i nevlastní číslo

Určete limity následujících funkcí:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 4x}{x^4 + x - 18}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin x + \sin 3x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{e^{3x} - 1}$

Diferenciál funkce a analýza citlivosti

Citlivostní analýza zkoumá, jak citlivý je výsledek modelu na malé změny vstupních parametrů.

Tedy jak moc a jakým způsobem se změní y , pokud trošku změníme x .

Diferenciál funkce $f(x)$ v bodě x pro přírůstek dx počítáme podle vzorce

$$dy = f'(x) dx$$

kde dy je změna y , $f'(x)$ je derivace funkce $f(x)$ a dx je změna x .

1. Zkoumejme funkci $f(x) = x^2$. Budeme se zabývat tím, jaký vliv má nárůst x o 0,1 v okolí bodu $x = 1$, v okolí bodu $x = 100$ a v okolí bodu $x = -10$. Tedy: Je dána funkce $f(x) = x^2$. Vyjádřete diferenciál funkce a vypočítejte hodnotu diferenciálu pro $dx = 0,1$, když

- a) $x = 1$
- b) $x = 100$
- c) $x = -10$

2. Vypočítejte diferenciál funkce $f(x) = x^3 - 4x^2 - 10x - 12$ pro $x = 0$ a $dx = 0,2$.

Průběh funkce

Při vyšetřování *průběhu funkce* je potřeba projít následujícími kroky:

1. Definiční obor, body nespojitosti
2. Sudost nebo lichost funkce
 - Sudá: $f(-x) = f(x)$
 - Lichá: $f(-x) = -f(x)$
3. Průsečíky se souřadnicovými osami
 - Průsečík s osou x : $P_x[x; 0]$
 - Průsečík s osou y : $P_y[0; y]$
4. Intervaly monotónnosti funkce a lokální extrémy
 - Rostoucí: $f'(x) > 0$
 - Klesající: $f'(x) < 0$
 - Stacionární bod: $f'(c) = 0$... v c může být lokální extrém (tj. lokální minimum nebo maximum)
5. Intervaly konvexnosti a konkávnosti funkce a inflexní body
 - Konvexní: $f''(x) > 0$... tvar $\cup$
 - Konkávní: $f''(x) < 0$... tvar $\cap$
 - Možný inflexní bod: $f''(d) = 0$... v d může být inflexní bod
6. Asymptoty grafu funkce
 - Svislá: $x = b$
 - Vodorovná: $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a, \quad a \neq \pm\infty$
 - Šikmá: $y = kx + q,$
$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x}, \quad k \neq \pm\infty$$
$$q = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - k \cdot x]$$
7. Graf funkce ☺☺

Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x^2 + 2x - 3$.