Matematická analýza II

Integrál

- funkce „inverzní" k derivaci

$$f \underset{\text{integrace}}{\overset{\text{derivace}}{\rightleftarrows}} f' \qquad \int f' \, dx = f$$

integrál se značí $\int_a^b f(x)\,dx$ – integrál od a do b z funkce f podle x

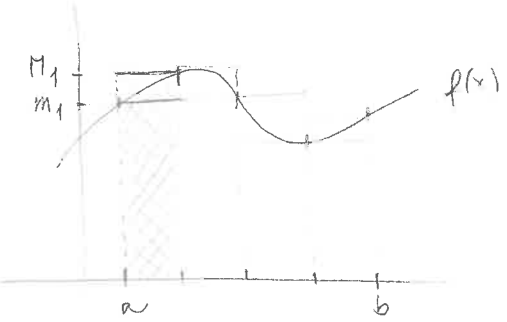
stejně jako u derivací můžeme spočítat jen integrál bez mezí ($\int f\,dx$) a dostaneme funkci, nebo s mezemi ($\int_a^b f(x)\,dx$) a dostaneme konkrétní číslo

$\int f(x)\,dx$ „~~urč~~ neurčitý integrál"

$\int_a^b f(x)\,dx$ „určitý integrál"

- integrál, kterým se mi budeme zabývat se nazývá Riemannův (integrálů je více druhů)
- integrál jde ne vždy spočítat (i když $\exists$, narozdíl od derivace)
- aby byla funkce integrovatelná, nemusí být nutně spojitá, ale musí mít spočetně mnoho bodů nespojitosti
- každá monotónní i každá spojitá funkce je integrovatelná.

Geometrický význam: integrál udává plochu pod grafem funkce (mezi grafem a osou x, nad osou s kladným znaménkem, pod osou se záporným)



vezmeme dělení intervalu $[a,b]$

$m_i = \inf f(x)$ na i-tém dílku dělení (min)

$M_i = \sup f(x)$ — " — (max)

$L_f = \sum m_i \cdot$(délka dílku dělení) „dolní součet"

$U_f = \sum M_i \cdot$(délka dílku dělení) „horní součet"

dělení budeme „zjemňovat" (dělit na více a více dílků), hodnoty L_f budou růst, hodnoty U_f budou klesat, až se limitně potkají a dostaneme plochu pod grafem funkce