3) $\int (2+3x+x^2)\,dx = \int 2\,dx + \int 3x\,dx + \int x^2\,dx = \underline{2x + 3\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}}$

zkouška: když výsledek zderivujeme, měla by vyjít zpátky zadaná funkce

$\left(2x + 3\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}\right)' = 2 + 3\cdot\frac{2x}{2} + \frac{3x^2}{3} = 2 + 3x + x^2$ ✓

Metody integrování: substituce, Per Partes, rozklad na parc. zlomky, ...
(bez nich skoro nic nezintegrujeme)

## Substituce v integrálu:

Nechť $\varphi : [a,b] \to [A,B]$ má spoj. derivaci v $[a,b]$, $f$ je spojitá na $[A,B]$.

Potom platí $$\int_{\varphi(a)}^{\varphi(b)} f(x)\,dx = \int_a^b f(\varphi(t))\cdot\varphi'(t)\,dt$$

nějakou část integrované funkce nahradíme novou proměnnou (např. $t$), přepočítáme dx na dt (derivace nahrazované části podle $x \cdot dx = dt$) a přepočítáme meze (nebo nepřepočítáme, po zintegrování převedeme $t$ zpět na nahrazenou část a dosadíme původní meze)

(Př) $$\int_0^2 x\cdot\sin(x^2)\,dx = \left|\begin{matrix}\text{substituce:} & & \\ x^2 = t & \text{meze} & 0 \to 0 \\ 2x\,dx\,dt & & 2 \to 4\end{matrix}\right| = \int_0^4 x\cdot\sin t\,\frac{dt}{2x} = \frac{1}{2}\int_0^4 \sin t\,dt =$$

$$= \frac{1}{2}\left[-\cos t\right]_0^4 = \frac{1}{2}(-\cos 4 + 1) = \underline{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 4}$$

(Př) $$\int e^{3x}dx = \left|\begin{matrix} 3x = t \\ 3\,dx = dt\end{matrix}\right| = \int e^t\frac{dt}{3} = \frac{1}{3}\int e^t dt = \frac{1}{3}e^t = \underline{\frac{1}{3}e^{3x}}$$

Pořád platí, že u každého příkladu můžete jako zkoušku výsledek zderivovat, musí vyjít původní funkce (u neurčitého int.)

(Př) 1) $\int \mathrm{tg}\,x\,dx$ $\quad(-\ln|\cos x|)$

2) $\int_0^{\pi} \sin^2 x\cdot\cos x\,dx$ $\quad(0)$

3) $\int_{-2}^{1}\frac{1}{2-3x}\,dx$ $\quad(\ln 8)$

4) $\int x\cdot e^{(x^2)}dx$ $\quad\left(\frac{1}{2}e^{(x^2)}\right)$

## Per Partes

Nechť $u, v$ mají na $[a,b]$ spojité derivace. Potom platí
$$\int u(x)\,v'(x)\,dx = u(x)\,v(x) - \int u'(x)\,v(x)\,dx$$

pro určitý integrál: $$\int_a^b u(x)\,v'(x)\,dx = \left[u(x)v(x)\right]_a^b - \int_a^b u'(x)\,v(x)\,dx$$