Postup: Jádro: předpis položíme roven nule, dopočítáme (pokud vyjde více vektorů dáme do lineárního obal[illegible]

Obraz: zobrazíme bázové vektory, dáme do lineárního obalu

(Př) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $f(x,y) = (x+y, 3x, -y)$. Určete jádro a obraz f.

Ker: $(x+y, 3x, -y) = (0,0,0)$

$$\left.\begin{array}{l} x+y=0 \\ 3x=0 \\ -y=0 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array} \Rightarrow \ker f = \{(0,0)\}$$

Im: $(1,0) \xrightarrow{f} (1,3,0)$ $\qquad$ $\operatorname{Im} f = [\![(1,3,0),(1,0,-1)]\!]$

$(0,1) \xrightarrow{f} (1,0,-1)$

(Př) Určete jádra a obrazy lineárních zobrazení:

1) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^4$ $\quad f(x,y) = (x, y, x, -2y)$ $\quad$ ($\ker f = \{(0,0)\}$, $\operatorname{Im} f = [\![(1,0,1,0),(0,1,0,-2)]\!]$)

2) $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ $\quad f(x,y,z) = x+3y-5z$ $\quad$ ($\ker f = [\![(-3,1,0),(-5,0,1)]\!]$, $\operatorname{Im} f = \mathbb{R}$)

3) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ $\quad f(a) = (-\pi a, a, 0)$ $\quad$ ($\ker f = \{0\}$, $\operatorname{Im} f = [\![(-\pi,1,0)]\!]$)

Matice lineárního zobrazení

- lineární zobrazení můžeme zapsat pomocí matice (většinou A)
- zobr. $f: U \to V$ bude mít matici typu $\dim V \times \dim U$

(Př) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$, $f(x,y) = (x-2y, 3y+x, -x)$

A bude typu 3×2

počet x v 1. souř. f

počet y v 2. souř. f

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

obraz vektoru můžeme spočítat jeho vynásobením s A

Jaký bude obraz vektoru $(-2,1)$?

$f(-2,1) = (-4,1,2)$

Pomocí matice: $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Čísla v matici vždy vyjadřují pouze souřadnice v bázi (pokud není určeno jinak, předpokládáme kanonickou bázi)

(Př) Zapište maticí lineární zobr. $f: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z,u) = (u, x-5y)$ a její pomocí zobrazte vektor $(1,1,1,1)$.

(Př) Zapište předpisem lin. zobr. zadané maticí $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

($f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$

$f(x,y,z) = (-5x+y, -6y+2z, 3x+4y+2z, x+y-z)$)