

Postup: Jádro: předpis položíme roven nule, dopočítáme (pokud vyjde více vektorů dáme do lineárního obalu)
obraz: zobrazíme bázeové vektory, dáme do lineárního obalu

(Pr) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x,y) = (x+y, 3x, -y)$. Určete jádro a obraz f .

Ker: $(x+y, 3x, -y) = (0, 0, 0)$

$$\left. \begin{array}{l} x+y=0 \\ 3x=0 \\ -y=0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x=0 \\ y=0 \end{array} \Rightarrow \ker f = \{(0,0)\}$$

Im: $(1,0) \xrightarrow{f} (1,3,0)$
 $(0,1) \xrightarrow{f} (1,0,-1)$

$\text{Im } f = \langle (1,3,0), (1,0,-1) \rangle$

(Pr) Určete jádra a obrazy lineárních zobrazení:

1) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^4$ $f(x,y) = (x,y, x, -2y)$

$(\ker f = \{(0,0)\}, \text{Im } f = \langle (1,0,1,0), (0,1,0,-2) \rangle)$

2) $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x,y,z) = x+3y-5z$

$(\ker f = \langle (-3,1,0), (-5,0,1) \rangle, \text{Im } f = \mathbb{R})$

3) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ $f(a) = (-\pi a, a, 0)$

$(\ker f = \{0\}, \text{Im } f = \langle (-\pi, 1, 0) \rangle)$

Matice lineárního zobrazení

- lineární zobrazení můžeme zapsat pomocí matice (mátrice A)

- zobr. $f: U \rightarrow V$ bude mít matici typu $\dim V \times \dim U$

(Pr) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $f(x,y) = (x-2y, 3y+x, -x)$

A bude typu 3×2

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
 počet x v 1. souř. f
 počet y v 2. souř. f

obraz vektoru můžeme spočítat jeho vynásobením s A

Jaký bude obraz vektoru $(-2, 1)$?

$f(-2, 1) = (-4, 1, 2)$

Pomocí matice: $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Čísla v matici vždy vyjadřují pouze souřadnice v bázi (pokud není určeno jinak, předpokládáme kanonickou bázi)

(Pr) Zapište matici lineární zobr. $f: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $f(x,y,z,u) = (u, x-5y)$ a její pomocí zobrazte vektor $(1,1,1,1)$.

(Pr) Zapište předpisem lin. zobr. zadané matice $A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

$\left(\begin{array}{l} f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4 \\ f(x,y,z) = (-5x+y, -6y+2z, 3x+4y+2z, x+y-z) \end{array} \right)$