

## Zápočtové příklady - Algebra II

1. Určete součet a průnik vektorových podprostorů  $U, V \subset \mathbb{R}^3$ , kde  $U = \llbracket(1, 0, -7), (2, 1, 2)\rrbracket$  a  $V = \llbracket(1, 1, -2)\rrbracket$ .
2. Je zobrazení  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $f(u, v, w) = (u + w, v - 4w)$  lineární? Pokud ano, určete jeho jádro a obraz.
3. Je zadáno lineární zobrazení  $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  předpisem  $g(a, b) = (3a + 2b, b - a)$ . Jak bude vypadat matice tohoto zobrazení? Určete obraz vektoru  $x = (-5, 11)$  při tomto zobrazení. (Na prostoru  $\mathbb{R}^2$  předpokládáme kanonickou bázi.)
4. Je zadána báze  $b = \{(0, 4, 3), (1, 2, -11), (51, 7, -1)\}$  prostoru  $\mathbb{R}^3$ . Nalezněte ortonormální bázi k  $b$ .
5. Je zadána lineární transformace  $f : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^3$  maticí  $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Nalezněte její vlastní hodnoty.
6. Určete součet a průnik vektorových podprostorů  $U, V \subset \mathbb{R}^3$ , kde  $U = \llbracket(-2, 0, 3), (0, 1, -2)\rrbracket$  a  $V = \llbracket(-2, -1, 5)\rrbracket$ .
7. Je zobrazení  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(u, v, w) = (\frac{u}{2} - v + 20w)$  lineární? Pokud ano, určete jeho jádro a obraz.
8. Jsou zadány 2 báze na prostoru  $\mathbb{R}^2$ :  $e_1 = ((1, 0), (0, 3))$ ,  $e_2 = ((-1, 1), (0, 5))$ . Jak bude vypadat matice přechodu od báze  $e_1$  k  $e_2$ ? Jaké budou souřadnice vektoru  $a = (1, 2, -3)$  v bázi  $e_1$ ?
9. Je zadána báze  $u = \{(1, 2, 2, -1), (1, 1, -5, 3), (3, 2, 8, -7)\}$  podprostoru  $U \subset \mathbb{R}^4$ . Nalezněte ortonormální bázi tohoto podprostoru.
10. Je zadaná lineární transformace  $g$  na prostoru  $\mathbb{R}^3$  maticí  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Určete první rozklad transformace  $g$ .