

# Zápočtové příklady - Matematická analýza I

2019

1. Je dáno zobrazení  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 5 - (x + 1)^3$ . Jak bude vypadat inverzní zobrazení  $f^{-1}(x)$  na vhodném definičním oboru?
2. Je zadána nekonečná řada  $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\pi}{3^k}$ . Určete o jaký typ řady se jedná a vypočítejte její součet.
3. Vypočítejte následující limity (pokud existují):

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{7n^3},$$

$$b) \lim_{n \rightarrow 1} \frac{\cos(n\pi)}{-5n}.$$

4. Jsou dána zobrazení  $f : \mathbb{R} \rightarrow [-1, \infty)$ ,  $f(x) = x^2 - 1$  a  $g : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^+$ ,  $g(y) = \sqrt{y + 1}$ . Jak bude vypadat zobrazení  $(g \circ f)(x)$ ?
5. Vypočítejte následující limity (pokud existují):

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-5n^3 - n^2 + 7n - 5}{n^2 + 3n - 5},$$

$$b) \lim_{n \rightarrow 2} \frac{\sin \frac{\pi}{2}}{n \cdot \cos \pi}.$$

6. Je dána relace  $\xi$  na množině  $\mathbb{N}$  :  $a \xi b$  právě tehdy když dávají po dělení třemi stejný zbytek. Rozhodněte, zda jde o relaci ekvivalence.
7. Je zobrazení  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadané předpisem

$$f(x) = \begin{cases} -n & \text{na intervalech } [n, n + 1), \text{ kde } n \text{ je liché} \\ n - x + 1 & \text{na intervalech } [n, n + 1), \text{ kde } n \text{ je sudé} \end{cases}$$

spojité v  $\mathbb{R}$ ? Pokud ne, vypište body nespojitosti.

8. Určete průběh funkce  $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadané předpisem  $z(x) = 2 \cdot |x|$ . (rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající, maxima, minima, shora omezená, zdola omezená)
9. Určete průběh funkce  $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definované  $z(x) = -(x - 1)^2$ . (rostoucí, klesající, nerostoucí, neklesající, maxima, minima, shora omezená, zdola omezená)
10. Určete obor konvergence mocninné řady

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2(n+1)}{(n+1)^2} \cdot x^n.$$