SHARPEHO, MARKOWITZŮV A FAKTOROVÝ MODEL PORTFOLIA

RYCHLÝ NÁHLED KAPITOLY

V předchozí kapitole jsme uvedli model k nalezení eficientního portfolia pro investora se zadanou indiferenční přímkou. Takové eficientní PF je nedominované řešení této 2-kriteriální úlohy ve smyslu VKP z kapitoly 7. V této kapitole se budeme zabývat dalšími historicky staršími přístupy k výpočtu eficientního PF. První z nich - Sharpeův model - spočívá na myšlence převést kritérium rizika na omezující podmínku se zadanou horní přípustnou hranicí a vzhledem k této omezující podmínce pak maximalizovat očekávaný výnos PF. Druhý přístup - Markowitzův model - je symetrický s prvním v tom smyslu, že převádí kritérium očekávaného výnosu na omezující podmínku se zadanou dolní přípustnou hranicí a vzhledem k této omezující podmínce se pak minimalizuje riziko PF.

CÍLE KAPITOLY

Po prostudování této kapitoly budete umět:

- formulovat Sharpeho a Markowitzův jednoindexový model optimalizace portfolia,
- řešit tyto modely pomocí Excelu - Řešitele.

KLÍČOVÁ SLOVA KAPITOLY

Sharpeho model, Markowitzův model, jednoindexový model, koeficient beta

Optimalizace portfolia jako 2-kriteriální problém nelineárního programování

Úloha optimalizace PF spočívá v nalezení takových podílů Z_i, $i = 1,2,...,M$, (relativní podíl i-tého AK v PF), pro které platí $\sum Z_i = 1$, $Z_i \geq 0$, $i = 1,2,...,M$, a to takových, aby se maximalizoval očekávaný výnos PF (9-3) a zároveň minimalizovalo se riziko PF (9-6), tj.

$$R_{PF} = \sum R_i Z_i \quad \rightarrow \text{MAX}; \tag{10-1}$$

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum\sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \rightarrow \text{MIN}; \tag{10-2}$$

za podmínek

$$\sum Z_i = 1,\ Z_i \geq 0,\ i = 1,2,...,M, \tag{10-3}$$

$$d_i \leq Z_i \leq h_i, \quad i = 1,2,...,M. \tag{10-4}$$

Namísto směrodatné odchylky je možné alternativně použít též **variační koeficient**:

$$V_{PF} = \frac{\sqrt{\sum\sum \sigma_{ij} Z_i Z_j}}{\sum R_i Z_i} \tag{10-5}$$

kde

X_i – výnos i-tého aktiva (akcie) = náhodná veličina,

$E(X_i)$ – střední (očekávaná) hodnota výnosu i-tého aktiva, $R_i = E(X_i)$,

$R_{PF} = \sum R_i Z_i$ – střední (očekávaná) hodnota výnosu PF,

Z_i – podíl i-tého aktiva v PF, $i = 1,2,...,M$.

Přitom platí: $\sum Z_i = 1$, $d_i \le Z_i \le h_i$, $i = 1,2,...,M$ – počet aktiv.

Riziko PF se vyjadřuje směrodatnou odchylkou, případně variačním koeficientem (10-5):

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum\sum \sigma_{ij} Z_i Z_j}$$

$\sigma_{ij} = Cov(X_i, X_j)$ - kovariance mezi aktivy i a j.

Přirozená je otázka, jak odhadnout R_i a σ_{ij}? V předchozí kapitole jsme uvedli vztahy (9-2) a (9-5) k odhadu těchto veličin z časových řad tržních cen uvažovaných akcií. Je zapotřebí připomenout, že vše se vztahuje na předem zvolený časový interval trvání PF!

V předchozí kapitole jsme také uvedli model (9-7), (9-8) k nalezení eficientního portfolia pro investora se zadanou indiferenční přímkou, která charakterizuje investorův postoj k riziku. Takové eficientní PF je nedominované řešení této 2-kriteriální úlohy ve smyslu VKP z kapitoly 7. V současné kapitole se budeme zabývat dalšími historicky staršími přístupy k výpočtu eficientního PF. První z nich (Sharpeův model) spočívá na myšlence převést kritérium rizika na omezující podmínku se zadanou horní hranicí a vzhledem k této omezující podmínce pak maximalizovat očekávaný výnos PF. Druhý přístup (Markowitzův model) je symetrický v tom smyslu, že převádí kritérium očekávaného výnosu na omezující podmínku se zadanou dolní hranicí a vzhledem k této omezující podmínce se pak minimalizuje riziko PF.

Sharpeův model

Jak jsme se výše zmínili, Sharpeův model spočívá na myšlence převést kritérium rizika na omezující podmínku se zadanou horní hranicí b, tato omezující podmínka se přidá ke stávajícím a vzhledem k takto uvažovaným omezujícím podmínkám se pak maximalizuje očekávaný výnos PF složeného z M aktiv. Vznikne tak model matematického programování s jedinou lineární účelovou funkcí a omezujícími podmínkami obsahujícími jednu nelinární podmínku, tj.:

$$R_{PF} = \sum R_i Z_i \quad \rightarrow \text{MAX}; \tag{10-6}$$

za podmínek

$$\frac{\sqrt{\sum\sum \sigma_{ij} Z_i Z_j}}{\sum R_i Z_i} \le b \tag{10-7}$$

$$\sum Z_i = 1,\ Z_i \ge 0,\ i = 1,2,\ldots,M, \tag{10-8}$$

$$d_i \le Z_i \le h_i,\quad i = 1,2,\ldots,M. \tag{10-9}$$

Hodnota b v omezující podmínce (10-7) má význam velikosti rizika připadajícího na jednotku výnosu. Omezující podmínky (10-9) umožňují krátký prodej a také přítomnost bezrizikové investice je dovolena. Nechť například $i = 1$ je bezriziková investice (s nějakým výnosem $R_1 > 0$), potom $\sigma_{i1} = 0$, pro všechna $i = 2,3,\ldots,M$, neboť je nekorelovaná se všemi rizikovými aktivy. Původně byl Sharpeův model uvažován bez možnosti krátkého prodeje a také bez přítomnosti bezrizikové investice. V našem pojetí se proto jedná o zobecněný Sharpeův model.

Markowitzův model

Jak jsme se výše zmínili, **Markowitzův model** je založen na myšlence převést kritérium očekávaného výnosu na omezující podmínku se zadanou dolní hranicí c, tuto omezující podmínku přidat ke stávajícím a vzhledem k takto uvažovaným omezujícím podmínkám pak minimalizovat riziko PF složené z M aktiv. Vznikne tak model matematického programování s jedinou (nelineární) účelovou funkcí a omezujícími podmínkami obsahujícími linární podmínky:

$$\sigma_{PF} = \sqrt{\sum\sum \sigma_{ij} Z_i Z_j} \to \text{MIN}; \tag{10-10}$$

za podmínek

$$\sum R_i Z_i \ge c, \tag{10-11}$$

$$\sum Z_i = 1, \tag{10-12}$$

$$d_i \le Z_i \le h_i,\quad i = 1,2,\ldots,M, \tag{10-13}$$

kde c, d_i, h_i – zadané konstanty (úrovně).

Hodnota c v omezující podmínce (10-11) má význam velikosti očekávaného výnosu. Omezující podmínky (10-13) umožňují krátký prodej, a také přítomnost bezrizikové investice je dovolena. Nechť například $i = 1$ je bezriziková investice (s výnosem $R1 > 0$), potom $\sigma_{i1} = 0$, pro všechna $i = 2,3,\ldots,M$, neboť je nekorelovaná se všemi rizikovými aktivy. Původně byl Markowitzův model uvažován bez možnosti krátkého prodeje a také bez přítomnosti bezrizikové investice. S možností krátkého prodeje se model také nazývá **Blackův model PF**, s možností bezrizikové investice se pak nazývá **Tobinův model PF**. V našem pojetí se tedy jedná o zobecněný Markowitzův model PF.

Faktorové modely

Na myšlence efektivní diversifikace akciového portfolia jsou založeny f**aktorové (**také **indexové** nebo **indexní) modely**, kterými se budeme zabývat v této části. Jde vlastně o proces přidání dalších cenných papírů do portfolia za účelem snížení celkového rizika portfolia postřednictvním snížení jedinečného rizika. Nesystematické (jedinečné) riziko vyplývá z jedinečnosti cenných papírů v portfoliu. Systematické (tržní) riziko je na druhou stranu nediverzifikovatelné. Mírou tohoto rizika je tzv. **koeficient beta**, o kterém bude dále řeč.

Celý kapitálový trh je ovšem ne zcela upřesněný pojem. Z toho důvodu je "celý trh" často zastoupen indexem, který odráží chování a pohyby trhu. Na americkém kapitálovém trhu je to např. index Standard&Poor's, nebo známější index Dow Jones. Na pražské burze se používá index PX.

V předchozí kapitole jsme riziko PF počítali z kovarianční matice zastoupených M aktiv. V případě velkého počtu aktiv to ale znamená počítat M^2 kovariančních koeficientů. Např. pro M = 200 to znamená počítat 200.200/2 = 20 000 kovariančních koeficientů což může být technicky náročné.

Jednoindexový (jednofaktorový) model PF tento problém obchází tak, že jednotlivá aktiva vztáhne k jedinému PF nazývanému **faktor** (nebo **index**) reprezentujícímu celý kapitálový trh (tzv. **tržní PF**). Tržní PF zahrnuje všechna aktiva daného kapitálového trhu s příslušnými vahami odpovídajícími jejich skutečnému poměrnému zastoupení na tomto trhu. Proto se v praxi jako tržní PF obykle bere vhodný tržní (akciový) index. Výnos i-tého aktiva vyjádříme pomocí jednoduchého lineárního regresního modelu

$$X_i = \alpha_i + \beta_i F + e_i, \tag{10-14}$$

kde X_i je výnos i-tého aktiva, α_i, β_i jsou odhadované parametry modelu, F je tržní (akciový) index. Poslední člen e_i představuje náhodnou (reziduální) složku modelu, splňijící následující předpoklady:

(I) $E(e_i) = 0$ pro každé $i = 1,2,...,M,$

(II) $Cov\ (e_i, F) = 0$ pro každé $i = 1,2,...,M,$

(III) $Cov\ (e_i, e_j) = 0$ pro " $i \neq j,\ \ i,j = 1,2,...,M.$

Z (I) a (II) :

$$\beta_i = \frac{Cov(F, X_i)}{Var(F)} \tag{10-15}$$

$$\alpha_i = E(X_i) - \beta_i E(F), \tag{10-16}$$

Přitom koeficient α_i se považuje za **nesystematickou složku** modelu (10-14), která zohledňuje specifika aktiva i, druhý člen $\beta_i\ E(F)$ lze považovat za **systematickou složku** modelu, která zohledňuje vliv globálního chování trhu. Dosazením do (10-15), (10-16) a s využitím (I) – (III) obdržíme

$$R_{\mathrm{PF}} = \sum(\alpha_i + \alpha_i E(F))\, Z_i, \qquad (10\text{-}17)$$
$$\sigma^2_{\mathrm{PF}} = Var(F) \sum\sum \beta_i\beta_j\, Z_i\, Z_j + \sum Var(e_i) Z_i^2. \qquad (10\text{-}18)$$

Sharpeho jednoindexový model PF obdržíme dosazením do modelu (10-6) – (10-9)

$$R_{\mathrm{PF}} = \sum (\alpha_i + \beta_i E(F))\, Z_i \rightarrow \mathrm{MAX};$$

za podmínek

$$\sigma^2_{\mathrm{PF}} = Var(F) \sum\sum \beta_i\beta_j\, Z_i\, Z_j + \sum Var(e_i) Z_i^2 \leq b,$$
$$\sum Z_i = 1,$$
$$d_i \leq Z_i \leq h_i,\ \ i = 1,2,\ldots,M.$$

Markowitzův jednoindexový model PF obdržíme dosazením do (10-10) – (10-13)

$$\sigma^2_{\mathrm{PF}} = Var(F) \sum\sum \beta_i\beta_j\, Z_i\, Z_j + \sum Var(e_i) Z_i^2 \rightarrow \mathrm{MIN};$$

za podmínek

$$\sum(\alpha_i + \beta_i E(F))\, Z_i \geq c,$$
$$\sum Z_i = 1,$$
$$d_i \leq Z_i \leq h_i,\ \ i = 1,2,\ldots,M.$$

Uplatněním operátoru “*Var*” na vztah (10-14): $X_i = \alpha_i + \beta_i F + e_i$, obdržíme:

$$Var(X_i) = \beta_i^2\, Var(F) + Var(e_i), \qquad (10\text{-}19)$$

kdy poslední vztah udává rozptyl výnosu $Var(X_i)$, tzv. **celkového rizika** *i*-tého aktiva, jako součet **systematického rizika** *i*-tého aktiva $\beta_i^2\ Var(F)$, kde β_i je tzv. **beta-koeficient** *i*-tého aktiva a $Var(F)$ je **systematické riziko trhu**, a **nesystematického (individuálního - jedinečného) rizika** *i*-tého aktiva $Var(e_i)$.

Postup při výpočtu optimálního PF - jednoindexový „historický“ model

Použití Excel-Řešitele pro akcie na PBCP

Krok 1. Výběr vhodných aktiv v počtu M (např. akcií obchodovaných na PBCP) a vhodného indexu F (např. F = PX50).

Krok 2. Volba N - časového intervalu trvání PF a délku T časových řad (cen c_{it} vybraných aktiv), přitom $N < T$, ze statistických důvodů je vhodné, aby $N + 30 < T$.

Krok 3. Výpočet relativních kapitálových výnosů X_i vybraných aktiv a relativních změn indexu F.

Krok 4. Výpočet statistických chrakteristik X_i a F : R_i=$E(X_i)$, $Var(X_i)$, $Var(F)$, $Cov(X_i, F)$, β_i ze vztahu (10-15) a $Var(e_i)$ z (10-19).

Krok 5. Ověření platnosti předpokladů modelu (I) až (III)

Krok 6. Zadání hodnot *b*, (resp. *c*), *d, h* a výpočet optimálního složení portfolia Z_i^{opt} pomocí Sharpeho (resp. Markowitzova) modelu s použitím Excel – Řešitel.

ŘEŠENÁ ÚLOHA 10-1

Ceny akcií (denní):

datum	CETV	CEZ	KOBA	PX50
3.9.2007	1 856,00	1 089,00	4 266,00	1 798,60
4.9.2007	1 913,00	1 072,00	4 108,00	1 812,10
5.9.2007	1 905,00	1 074,00	4 008,00	1 806,30
6.9.2007	1 868,00	1 082,00	3 921,00	1 776,20
7.9.2007	1 860,00	1 086,00	3 987,00	1 762,40
10.9.2007	1 865,00	1 092,00	4 035,00	1 757,50
11.9.2007	1 859,00	1 100,00	3 986,00	1 765,00
12.9.2007	1 832,00	1 093,00	4 032,00	1 755,70
13.9.2007	1 871,00	1 102,00	3 953,00	1 770,20
14.9.2007	1 853,00	1 107,00	4 052,00	1 761,90
17.9.2007	1 854,00	1 099,00	4 047,00	1 747,80
18.9.2007	1 862,00	1 102,00	3 994,00	1 750,80
19.9.2007	1 870,00	1 109,00	4 030,00	1 780,70
20.9.2007	1 864,00	1 114,00	4 133,00	1 790,90
21.9.2007	1 834,00	1 123,00	4 271,00	1 793,80
24.9.2007	1 808,00	1 140,00	4 257,00	1 792,10
25.9.2007	1 814,00	1 159,00	4 261,00	1 802,90
26.9.2007	1 836,00	1 203,00	4 318,00	1 825,30
27.9.2007	1 807,00	1 186,00	4 239,00	1 816,30
1.10.2007	1 812,00	1 224,00	4 216,00	1 828,80
2.10.2007	1 843,00	1 226,00	4 274,00	1 845,50
3.10.2007	1 834,00	1 219,00	4 266,00	1 835,10
4.10.2007	1 831,00	1 238,00	4 142,00	1 862,70
5.10.2007	1 860,00	1 246,00	4 208,00	1 881,50
8.10.2007	1 878,00	1 273,00	4 175,00	1 896,10
9.10.2007	1 872,00	1 255,00	4 228,00	1 883,40
10.10.2007	1 938,00	1 243,00	4 300,00	1 881,00
11.10.2007	1 975,00	1 265,00	4 273,00	1 900,70
12.10.2007	1 954,00	1 277,00	4 316,00	1 898,80
15.10.2007	2 010,00	1 293,00	4 294,00	1 908,30
16.10.2007	2 054,00	1 279,00	4 239,00	1 886,30
17.10.2007	2 063,00	1 268,00	4 242,00	1 892,20
18.10.2007	2 053,00	1 266,00	4 280,00	1 886,00
19.10.2007	2 047,00	1 261,00	4 295,00	1 876,10
22.10.2007	2 010,00	1 245,00	4 236,00	1 848,40
23.10.2007	2 015,00	1 257,00	4 230,00	1 867,60
24.10.2007	2 072,00	1 270,00	4 292,00	1 872,60
25.10.2007	2 036,00	1 301,00	4 326,00	1 884,60
26.10.2007	2 064,00	1 343,00	4 293,00	1 910,10
29.10.2007	2 161,00	1 384,00	4 396,00	1 936,10
30.10.2007	2 213,00	1 360,00	4 465,00	1 913,40
31.10.2007	2 175,00	1 344,00	4 509,00	1 908,30
1.11.2007	2 213,00	1 365,00	4 459,00	1 925,50
2.11.2007	2 201,00	1 375,00	4 495,00	1 908,30
5.11.2007	2 183,00	1 385,00	4 498,00	1 888,60
6.11.2007	2 059,00	1 411,00	4 441,00	1 903,30
7.11.2007	2 046,00	1 386,00	4 369,00	1 871,40
8.11.2007	1 996,00	1 392,00	4 319,00	1 860,90
9.11.2007	1 909,00	1 372,00	4 458,00	1 832,10
12.11.2007	1 945,00	1 337,00	4 478,00	1 820,50
13.11.2007	1 928,00	1 300,00	4 496,00	1 811,10
14.11.2007	1 992,00	1 324,00	4 401,00	1 828,30
15.11.2007	1 966,00	1 330,00	4 382,00	1 797,40
16.11.2007	1 929,00	1 325,00	4 344,00	1 793,80
19.11.2007	1 916,00	1 318,00	4 288,00	1 770,60
20.11.2007	1 900,00	1 335,00	4 261,00	1 767,10
21.11.2007	1 870,00	1 328,00	4 248,00	1 728,20
22.11.2007	1 892,00	1 355,00	4 188,00	1 742,00
23.11.2007	1 913,00	1 380,00	4 195,00	1 767,90
26.11.2007	1 911,00	1 379,00	4 173,00	1 771,10
27.11.2007	1 880,00	1 356,00	4 184,00	1 737,70
28.11.2007	1 914,00	1 325,00	4 157,00	1 748,10
29.11.2007	1 898,00	1 330,00	4 168,00	1 757,60
30.11.2007	1 910,00	1 325,00	4 216,00	1 774,10
3.12.2007	1 968,00	1 320,00	4 303,00	1 766,90
4.12.2007	2 034,00	1 334,00	4 373,00	1 756,60
5.12.2007	2 032,00	1 358,00	4 328,00	1 778,80
6.12.2007	2 036,00	1 404,00	4 396,00	1 812,80
7.12.2007	2 021,00	1 418,00	4 343,00	1 842,70

Uvažujte PF složené ze 3 akcií a bezrizikového aktiva. V tabulce jsou uvedeny denní ceny akcií na PBCP včetně hodnot indexu PX za období od 3.9.07 do 7.12.07 (69 obchodovatelných dnů): Do PF je zařazeno bezrizikové aktivum ING Konto s 30-tidenním výnosem 0,0022. Vypočtěte 30-denní optimální PF podle:

A) Sharpeho indexového modelu – maximalizujte výnos PF při zadaném riziku b = 0,05 (tj. 5%), přitom krátký prodej není povolen, tj. $d_i = 0$;
B) Markowitzova indexového modelu - minimalizujte riziko PF při zadaném výnosu c = 0,10 (tj. 10%), přitom krátký prodej není povolen.

Řešení: $M = 4$, $N = 30$, F = PX.

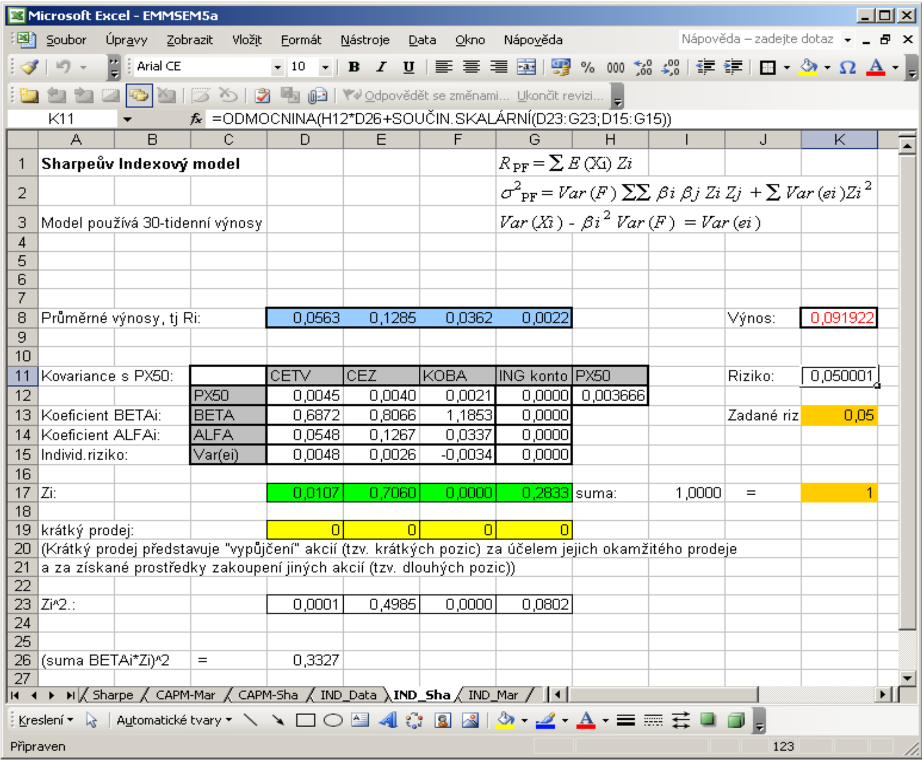
Nejprve vypočítáme 30tidenní výnosy podobně jako v Řešené úloze 9-1 (Krok1 až Krok3):

Výnosy akcií (30-denní):

CETV	CEZ	KOBA	PX50	ING konto
0,1067	0,1745	-0,0063	0,0488	0,0022
0,0784	0,1828	0,0326	0,0442	0,0022
0,0777	0,1788	0,0679	0,0441	0,0022
0,0958	0,1654	0,0954	0,0562	0,0022
0,0806	0,1464	0,0625	0,0488	0,0022
0,0804	0,1511	0,0483	0,0626	0,0022
0,1146	0,1545	0,0768	0,0610	0,0022
0,1114	0,1903	0,0729	0,0734	0,0022
0,1032	0,2187	0,0860	0,0790	0,0022
0,1662	0,2502	0,0849	0,0989	0,0022
0,1936	0,2375	0,1033	0,0947	0,0022
0,1681	0,2196	0,1289	0,0900	0,0022
0,1834	0,2308	0,1065	0,0813	0,0022
0,1808	0,2343	0,0876	0,0656	0,0022
0,1903	0,2333	0,0531	0,0528	0,0022
0,1388	0,2377	0,0432	0,0621	0,0022
0,1279	0,1959	0,0253	0,0380	0,0022
0,0871	0,1571	0,0002	0,0195	0,0022
0,0564	0,1568	0,0517	0,0087	0,0022
0,0734	0,0923	0,0621	-0,0045	0,0022
0,0461	0,0604	0,0519	-0,0186	0,0022
0,0862	0,0861	0,0316	-0,0037	0,0022
0,0737	0,0743	0,0579	-0,0351	0,0022
0,0371	0,0634	0,0323	-0,0466	0,0022
0,0202	0,0353	0,0271	-0,0662	0,0022
0,0150	0,0637	0,0078	-0,0618	0,0022
-0,0351	0,0684	-0,0121	-0,0812	0,0022
-0,0420	0,0711	-0,0199	-0,0835	0,0022
-0,0210	0,0807	-0,0280	-0,0689	0,0022
-0,0493	0,0665	-0,0282	-0,0719	0,0022
-0,0847	0,0602	-0,0130	-0,0788	0,0022
-0,0722	0,0450	-0,0200	-0,0762	0,0022
-0,0755	0,0506	-0,0262	-0,0681	0,0022
-0,0669	0,0508	-0,0184	-0,0544	0,0022
-0,0209	0,0602	0,0158	-0,0441	0,0022
0,0094	0,0613	0,0338	-0,0594	0,0022
-0,0193	0,0693	0,0084	-0,0501	0,0022
0,0000	0,0792	0,0162	-0,0381	0,0022
-0,0208	0,0558	0,0116	-0,0353	0,0022

Dále vypočítáme potřebné charakteristiky R_i=$E(X_i)$, $Var(X_i)$, $Var(F)$, $Cov(X_i, F)$, β_i ze vztahu (10-15) a $Var(e_i)$ z (10-19), tj. Krok4:

Cov(Xi,PX50	0,0045	0,0040	0,0021	0,0037	0,0000
Var(Xi)	0,0065	0,0050	0,0018	0,0037	0,0000
BETAi	0,6872	0,8066	1,1853	1,0000	0,0000
E(Xi)	0,0563	0,1285	0,0362	0,0021	0,0022
ALFAi	0,0548	0,1267	0,0337	0,0000	0,0022
Var(ei)	0,0048	0,0026	-0,0034	0,0000	0,0000


Microsoft Excel - EMMSEM5a

Soubor Úpravy Zobrazit Vložit Formát Nástroje Data Okno Nápověda

K11 =ODMOCNINA(H12*D26+SOUČIN.SKALÁRNÍ(D23:G23;D15:G15))

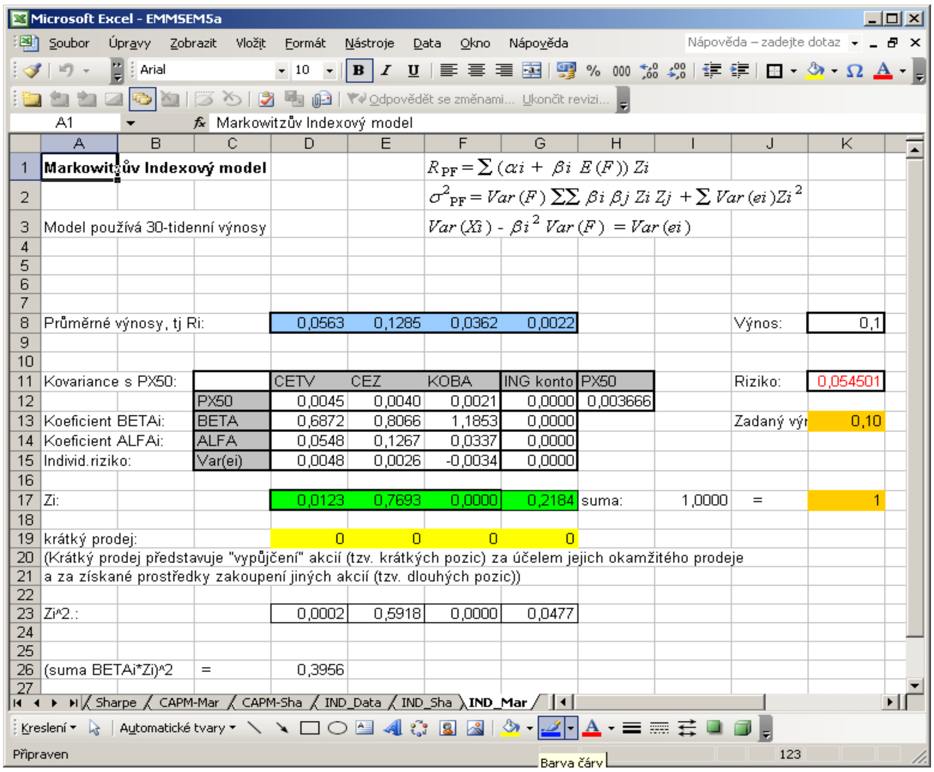
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Sharpeův Indexový model**						$R_{PF} = \sum E(Xi)\, Zi$				
2							$\sigma^2_{PF} = Var(F)\sum\sum \beta i\, \beta j\, Zi\, Zj + \sum Var(ei) Zi^2$				
3	Model používá 30-tidenní výnosy						$Var(Xi) - \beta i^2\, Var(F) = Var(ei)$				
8	Průměrné výnosy, tj Ri:			0,0563	0,1285	0,0362	0,0022			Výnos:	0,091922
11	Kovariance s PX50:			CETV	CEZ	KOBA	ING konto	PX50		Riziko:	0,050001
12			PX50	0,0045	0,0040	0,0021	0,0000	0,003666			
13	Koeficient BETAi:		BETA	0,6872	0,8066	1,1853	0,0000			Zadané riz	0,05
14	Koeficient ALFAi:		ALFA	0,0548	0,1267	0,0337	0,0000				
15	Individ.riziko:		Var(ei)	0,0048	0,0026	-0,0034	0,0000				
17	Zi:			0,0107	0,7060	0,0000	0,2833	suma:	1,0000	=	1
19	krátký prodej:			0	0	0	0				
20	(Krátký prodej představuje "vypůjčení" akcií (tzv. krátkých pozic) za účelem jejich okamžitého prodeje										
21	a za získané prostředky zakoupení jiných akcií (tzv. dlouhých pozic))										
23	Zi^2.:			0,0001	0,4985	0,0000	0,0802				
26	(suma BETAi*Zi)^2		=	0,3327							

Sharpe / CAPM-Mar / CAPM-Sha / IND_Data / IND_Sha / IND_Mar

Připraven 123

A) Sharpeho model (řešení pomocí Excel – Řešitel):Optimální PF má složení: CETV – 1,07%, CEZ – 70,6%, KOBA- 0%, ING konto – 28,33%, přitom maximální výnos PF je 9,19%, riziko PF je 5%.

B) Markowitzův model (řešení pomocí Excel – Řešitel):


Microsoft Excel - EMMSEM5a

Soubor Úpravy Zobrazit Vložit Formát Nástroje Data Okno Nápověda

A1 Markowitzův Indexový model

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	**Markowitzův Indexový model**					$R_{PF} = \sum(\alpha i + \beta i\, E(F))\, Zi$					
2						$\sigma^2_{PF} = Var(F)\sum\sum \beta i\, \beta j\, Zi\, Zj + \sum Var(ei) Zi^2$					
3	Model používá 30-tidenní výnosy					$Var(Xi) - \beta i^2\, Var(F) = Var(ei)$					
8	Průměrné výnosy, tj Ri:			0,0563	0,1285	0,0362	0,0022			Výnos:	0,1
11	Kovariance s PX50:			CETV	CEZ	KOBA	ING konto	PX50		Riziko:	0,054501
12			PX50	0,0045	0,0040	0,0021	0,0000	0,003666			
13	Koeficient BETAi:		BETA	0,6872	0,8066	1,1853	0,0000			Zadaný výr	0,10
14	Koeficient ALFAi:		ALFA	0,0548	0,1267	0,0337	0,0000				
15	Individ.riziko:		Var(ei)	0,0048	0,0026	-0,0034	0,0000				
17	Zi:			0,0123	0,7693	0,0000	0,2184	suma:	1,0000	=	1
19	krátký prodej:			0	0	0	0				
20	(Krátký prodej představuje "vypůjčení" akcií (tzv. krátkých pozic) za účelem jejich okamžitého prodeje										
21	a za získané prostředky zakoupení jiných akcií (tzv. dlouhých pozic))										
23	Zi^2.:			0,0002	0,5918	0,0000	0,0477				
26	(suma BETAi*Zi)^2		=	0,3956							

Sharpe / CAPM-Mar / CAPM-Sha / IND_Data / IND_Sha / IND_Mar

Připraven Barva čárv 123

Optimální PF má složení: CETV – 1,23%, CEZ – 76,93%, KOBA- 0%, ING konto – 21,84%, přitom výnos PF je (zadaných) 10%, minimální riziko PF je 5,45%.

SAMOSTATNÝ ÚKOL 2

Téma: Optimální portfolio.

1. Vyberte 5 až 10 titulů akcií na PBCP, ze kterých budete sestavovat optimální portfolio.
2. Denní ceny těchto akcií včetně hodnot indexu PX nalezněte na internetu, např. na adrese: www.akcie.cz
3. Zvolte dobu trvání portfolia (od nákupu po prodej), např. 30 (obchodovatelných) dnů (nebo kratší).
4. Nalezněte optimální portfolio pro zvolenou dobu trvání portfolia, tj. optimální podíly investované částky pro jednotlivé akcie a do portfolia zahrňte též možnost uložení v bance na konstantní úrok (vyberte banku, kam částku uložit a zjistěte aktuální úrok, který poskytuje; ten pak použijete jako hodnotu výnosu bezrizikového aktiva).
5. Optimální portfolio sestavte s použitím klasického stochastického přístupu na základě

A) Markowitzova jednofaktorového (indexového) modelu pro hodnotu výnosu 5% (eventuálně jinou vhodnou hodnotu),

B) Sharpeho jednofaktorového modelu pro hodnotu variačního koeficientu 10% (eventuálně jinou vhodnou hodnotu). Jako index slouží PX.

6. Dosažené výsledky komentujte!

SHRNUTÍ KAPITOLY

V předchozí kapitole jsme uvedli model k nalezení eficientního portfolia pro investora se zadanou indiferenční přímkou. Eficientní PF představuje nedominované řešení této 2-kriteriální úlohy ve smyslu VKMP z kapitoly 7. V této kapitole jsme se zabývali dalšími historicky staršími přístupy k výpočtu eficientního PF. První z nich (Sharpeův model) spočívá na myšlence převést kritérium rizika na omezující podmínku se zadanou horní přípustnou hranicí a vzhledem k této omezující podmínce pak maximalizovat očekávaný výnos PF. Druhý přístup (Markowitzův model) je symetrický v tom smyslu, že převádí kritérium očekávaného výnosu na omezující podmínku se zadanou dolní přípustnou hranicí a vzhledem k této omezující podmínce se pak minimalizuje riziko PF. V předchozí kapitole jste riziko PF počítali z kovarianční matice zastoupených M aktiv. V případě velkého počtu aktiv to ale znamená počítat $M \times M$ kovariančních koeficientů, což může být technický problém. Jednoindexový (jednofaktorový) model PF tento problém obchází tak, že jednotlivá aktiva vztáhne k jedinému PF nazývanému faktor (nebo index) reprezentujícímu celý kapitálový trh (tzv. tržní PF). Tržní PF zahrnuje všechna aktiva daného kapitálového trhu s příslušnými vahami odpovídajícími jejich skutečnému poměrnému zastoupení na tomto trhu. Proto se v praxi jako tržní PF obykle bere vhodný tržní (akciový) index. Výnos každého aktiva se vyjádří pomocí jednoduchého regresního modelu. Postup při výpočtu optimálního PF (jednoindexový model „historická“ metoda) za použití Excel-Řešitele pro akcie na PBCP byl demonstrován na příkladě.