

CVIČENÍ č. 2

Petr Sed'a

2. říjen 2025

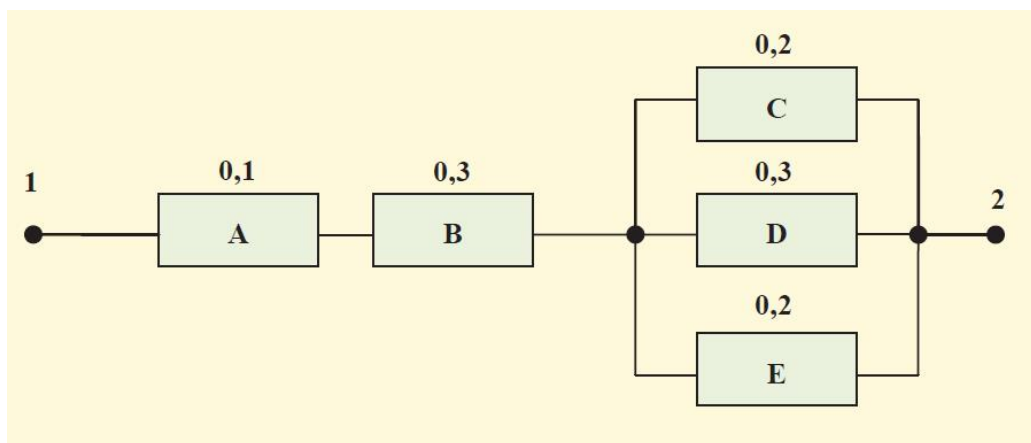
Nezávislost jevů, pravděpodobnost sjednocení a průniku,
podmíněná pravděpodobnost, úplná pravděpodobnost, Bayesova
věta

1. Rodiče mají 3 děti. Určete pravděpodobnost následujících jevů:

- (a) nejstarší je syn,
- (b) prostřední je dcera,
- (c) mají 3 syny.

Jsou tyto jevy nezávislé?

2. Spočítejte pravděpodobnost toho, že části obvodu mezi body 1 a 2 bude protékat elektrický proud, je-li příslušná část elektrického obvodu včetně pravděpodobnosti poruch jednotlivých součástí vyznačena na Obrázku 1. Poruchy jednotlivých součástí jsou na sobě nezávislé.



Obrázek 1: Schéma elektrického obvodu.

3. Pravděpodobnost, že selže hasicí systém továrny je 0,2, pravděpodobnost, že selže poplachové zařízení je 0,1 a pravděpodobnost, že selžou jak hasicí systém, tak i poplachové zařízení je 0,04. Jaká je pravděpodobnost, že:

- (a) alespoň jeden systém bude fungovat,

- (b) budou fungovat oba systémy.
4. Ve skupině jsou 3 členové. Dva z nich rozhodují správně s pravděpodobností 0,95 třetí si hází mincí. Jaká je pravděpodobnost, že skupina jako celek (alespoň 2 členové) rozhodne správně?
 5. Náhodně vybereme číslo mezi 1 a 100. Jaká je pravděpodobnost, že vybrané číslo bude dělitelné 5, pokud víme, že je menší než 70?
 6. Neprůhledný pytlík obsahuje 10 modrých a 5 bílých kuliček. Budeme provádět náhodný pokus – vytážení jedné kuličky, přičemž kuličku do pytlíku nevracíme. Určete pravděpodobnost, že:
 - (a) v prvním tahu vytáhneme bílou kuličku,
 - (b) vytáhli-li jsme v prvním tahu bílou kuličku, ve druhém tahu vytáhneme taky bílou kuličku,
 - (c) ve dvou tazích vytáhneme 2 bílé kuličky,
 - (d) ve dvou tazích vytáhneme 1 bílou a 1 modrou kuličku,
 - (e) ve druhém tahu vytáhneme bílou kuličku.
 7. Firma odebírá přístroje od 3 výrobců. První výrobce dodává 30 % produkce s poruchovostí 10 %, druhý výrobce dodává 20 % produkce s poruchovostí 15 % a třetí výrobce dodává 50 % produkce s poruchovostí 5 %.
 - (a) Jaká je pravděpodobnost, že dodaný výrobek bude poruchový?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že poruchový přístroj je od prvního, druhého či třetího výrobce?
 - (c) Vypočítejte pravděpodobnost "a priori" a také pravděpodobnost "a posteriori".
 8. Obrazovka televizoru může být od tří výrobců. První z nich dodává 30 %, druhý 50 % a třetí 20 % obrazovek. Pravděpodobnost toho, že vydrží normou předepsaný počet hodin je u jednotlivých výrobců rovna 0,85; 0,95; 0,9.
 - (a) Určete pravděpodobnost, že daná obrazovka vydrží normou předepsaný počet hodin.
 - (b) Určete pravděpodobnost, že daná obrazovka nevydrží normou předepsaný počet hodin.
 - (c) Jestliže obrazovka vydrží normou předepsaný počet hodin, jaká je pravděpodobnost, že byla od třetího výrobce?
 - (d) Jestliže obrazovka nevydrží normou předepsaný počet hodin, kterým výrobcem byla nejpravděpodobněji vyrobena?
 9. Laboratoř, která provádí rozbor vzorků, potvrdí s pravděpodobností 95 % existenci protilátek na virus nemoci COVID-19, jestliže jí pacient skutečně trpí. Zároveň test určí jako pozitivní 1 % osob, které však touto nemocí netrpí. Víme, že 0,5 % populace trpí zmíněnou nemocí.

- (a) Určete senzitivitu a specificitu testu. Jaká je celková přesnost testu?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že určitá osoba, jejíž test byl pozitivní, skutečně onu nemoc má?
 - (c) Určete pravděpodobnost, že osoba, u níž je test negativní, skutečně danou nemoc nemá.
10. Pravděpodobnost výskytu rakoviny prsu je u žen ve věku 40-50 let cca 0,14 %. Podle studií naznačí mamograf u žen, které rakovinu nemají, nesprávně přítomnost nemoci pouze asi v 10 % případů. Pokud naopak rakovinu mají, odhalí ji asi v 75 % případech.
- (a) Jaká je pravděpodobnost, že čtyřicetiletá (bezsymptomatická) žena má rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření pozitivní?
 - (b) Jaká je pravděpodobnost, že čtyřicetiletá (bezsymptomatická) žena nemá rakovinu prsu, byl-li výsledek jejího screeningového mamografického vyšetření negativní?