

CVIČENÍ č. 4

Petr Sed'a

16. říjen 2025

Náhodná veličina, pravděpodobnostní funkce, funkce hustoty a distribuční funkce

1. Házíme pravidelnou kostkou. Nechť $X(1) = X(3) = X(5) = -1, X(2) = X(4) = 0$ a $X(6) = 10$. Sestrojte příslušnou distribuční funkci náhodné veličiny X a její graf.
2. Házíme mincí, dokud nepadne orel. Nechť X je počet hodů do prvního padnutí orla. Najděte distribuční funkci náhodné veličiny X .
3. Házíme 2 pravidelnými kostkami. Nechť X je součet obou kostek. Určete distribuční funkci náhodné veličiny X a její graf.
4. Házíme pravidelnou kostkou. Nechť X je počet hodů, které jsme provedli, než padla poprvé 6. Sestrojte distribuční funkci náhodné veličiny X .
5. Diskrétní náhodná veličina X nabývá hodnot $x_i \in \{3, 4, 5, 6\}$.
 - (a) Určete konstantu c tak, aby funkce $p(x_i) = c/(x_i - 2)$ byla pravděpodobnostní funkcí DNV X .
 - (b) Sestavte tabulku zákona rozložení pravděpodobnosti DNV X .
 - (c) Sestrojte úsečkový diagram a histogram.
 - (d) Určete distribuční funkci $F(X)$ a její graf.
 - (e) Vypočtete $P(X = 5), P(X < 5), P(X \geq 5), P(3, 3 < X < 7)$.
6. Spojitá náhodná veličina X je určena pomocí funkce hustoty pravděpodobnosti $f(x) = k(2x - 13)$ pro $x \in (2, 5)$.
 - (a) Určete konstantu k , aby funkce $f(x)$ měla požadované vlastnosti.
 - (b) Určete distribuční funkci $F(X)$.
 - (c) Určete $P(X < 4)$.
7. Nechť X je doba strávená čekáním na soupravu metra, přičemž metro jezdí každé 2 minuty. Určete distribuční funkci náhodné veličiny X a její graf.

8. Spojitá náhodná veličina X je určena pomocí distribuční funkce:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{pro } x \in (-\infty, 1], \\ 1/10(x-1)^2 & \text{pro } x \in (1, 3], \\ 1/15(x-6)^2 & \text{pro } x \in (3, 6], \\ 1 & \text{pro } x \in (6, \infty). \end{cases}$$

Určete funkci hustoty pravděpodobnosti této NV X .