

Jevová algebra a základní pojmy teorie pravděpodobnosti

Definice pravděpodobnosti



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA**
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Petr Sed'a

Pravděpodobnost a statistika I
2025

Čím se zabývá teorie pravděpodobnosti?



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

- **Teorie pravděpodobnosti** je matematická disciplína, jejíž logická struktura je budována **axiomaticky**. To znamená, že její základ tvoří několik tvrzení (takzvaných axiomů), která vyjadřují základní vlastnosti pravděpodobnosti a všechna další tvrzení jsou z nich **odvozena** deduktivně. Popisuje zákonitosti týkající se **náhodných jevů**, tj. jevů, které (přinejmenším z hlediska pozorovatele) mohou a nemusí nastat. Hledá **pravděpodobnosti určitých výsledků** (náhodných jevů), známe-li základní soubor (populaci).
- **Matematická statistika** je věda zahrnující **studium dat** vykazujících **náhodná kolísání**, ať už jde o data získaná pečlivě připraveným pokusem provedeným pod stálou kontrolou experimentálních podmínek v laboratoři, či o data provozní, případně o data získaná počítačovými simulacemi (např. metodou Monte-Carlo).

- **Pokus** – děj, který probíhá, resp. nastává opakovaně za určitých, stejně nastavených, počátečních podmínek.



Deterministické pokusy

Za určitých počátečních podmínek se dostaví vždy stejný výsledek.



Náhodné pokusy

Pro určité počáteční podmínky existuje množina možných výsledků, přičemž jeden z nich nastane.

- **Náhodný pokus** – konečný děj, jehož výsledek není předem jednoznačně určen podmínkami, za nichž probíhá.
- **Náhodný jev** – tvrzení o výsledku náhodného pokusu, o jehož pravdivosti můžeme po ukončení pokusu rozhodnout
 - obvykle značíme $A, B, X, Y, \dots$
- Nás nebude zajímat vlastní provádění náhodných pokusů, ale především **výsledky** takovýchto dějů. Pro přesný matematický popis pokusu stanovujeme **množinu všech možných výsledků** $\{\omega\}$ daného pokusu, tzv. **základní prostor** Ω . Tyto možné výsledky musí být zavedeny tak, aby žádné dva z nich nemohly nastat současně. Dále musí být množina možných výsledků vyčerpávající. To znamená, že při realizaci daného pokusu musí právě jeden z nich vždy nastat. Před ukončením pokusu ovšem nevíme, který výsledek to bude.



- Za **náhodný jev** A budeme, v souladu s výše zavedenými pojmy, považovat každou podmnožinu A množiny Ω , zapisujeme $A \subset \Omega$.
- **Elementární jev** ω – jednotlivý výsledek náhodného pokusu, který nelze vyjádřit jako sjednocení dvou různých jevů. Jevy, které nejsou elementární, označujeme jako jevy složené.



jev A : padne pětka

jev B : padne sudé číslo

jev C : padne číslo větší než 4

hod kostkou = náhodný pokus

náhodné jevy

základní prostor: $\Omega = \{\omega_1; \omega_2; \omega_3; \omega_4; \omega_5; \omega_6\}$,

$A = \{1, 2, 5\}$ – při hození kostkou

příklad složeného jevu

ω_1 : Padne jednička.

kde: ω_2 : Padne dvojka.

$\vdots$

ω_6 : Padne šestka.

elementární jevy

Označování jevů, relace a operace mezi jevy

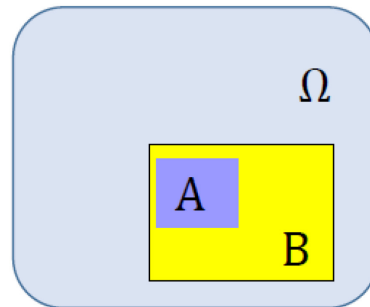
- Budeme říkat, že při realizaci náhodného pokusu nastal jev A , jestliže nastal elementární jev $\omega \in \Omega$, takový, že $\omega \in A$. Elementární jev $\omega \in A$ nazýváme také výsledek příznivý jevu A .
- Je, který nastane nutně při každé realizaci náhodného pokusu, nazýváme **jev jistý**. Je, který nemůže v daném pokusu nikdy nastat, nazýváme **jev nemožný**. Jev jistý budeme značit Ω , jev nemožný $\emptyset$.
- Jednotlivé jevy mezi sebou vstupují do vzájemných vztahů. Vzhledem k tomu, že jev je jen jiné označení pro podmnožinu množiny, můžeme zavést relace mezi jevy, které odpovídají množinovým relacím. Vztahy (relace) mezi jevy vyjadřujeme pomocí množinových inkluzí.

Označování jevů, relace a operace mezi jevy

- **Jev A je podjevem jevu B** , značíme $A \subset B$

Znamená to, že jev A má za následek jev B (tj. nastane-li jev A , nastane taktéž jev B).

$$A \subset B \Leftrightarrow (\omega \in A \Rightarrow \omega \in B),$$



- **Rovnost jevů**, značíme $A = B$

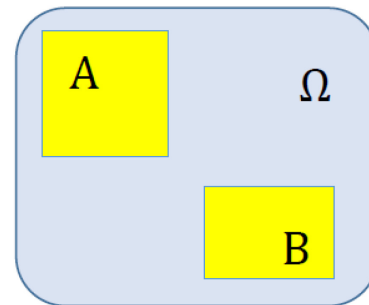
Znamená to, že jev A má za následek jev B a naopak jev B má za následek jev A .

$$A \subset B \wedge B \subset A$$

- **Disjunktní jevy A, B**

Dva jevy A, B nemohou nastat současně, nemají-li společný žádný elementární jev (společný výsledek). Takovéto jevy budeme nazývat jevy disjunktní (nikdy též neslučitelné).

Obdobně lze říci, že náhodné jevy $A_i, i = 1, 2, \dots$ jsou vzájemně (říkáme také „po dvou“) disjunktní, jestliže jsou disjunktní všechny dvojice náhodných jevů A_i, A_j pro $i \neq j$.

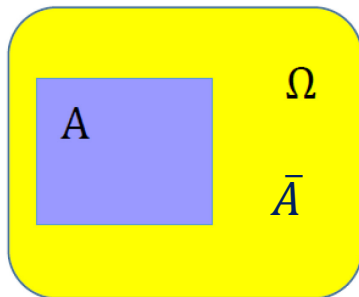


Označování jevů, relace a operace mezi jevy



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

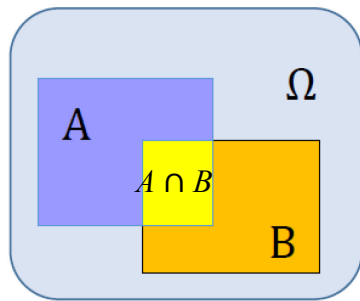
- **Doplňek jevu A v Ω** , opačný jev, značíme $\bar{A}$ nebo A^C . Opačným jevem (doplňkovým) k jevu A v budeme rozumět jev $\bar{A}$, který nastane právě tehdy, když nenastane jev A .



- **Průnik jevů**, značíme $A \cap B$

Průnik jevů je jev, který nastane, když nastanou jevy A a B současně. Čteme A průnik B nebo A a zároveň B – nastává totiž jak jev A tak i jev B současně).

Obdobně lze říci, že náhodné jevy $\bigcap_{i=1}^n A_i = 1$ a $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i$ nastanou, jestliže nastanou všechny jevy A_i .



Označování jevů, relace a operace mezi jevy

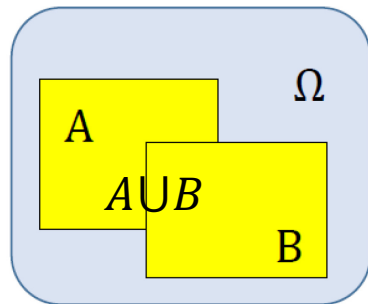


SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

- **Sjednocení jevů**, značíme $A \cup B$

O sjednocení jevů A a B hovoříme tehdy, jestliže nastává jev A nebo jev B . Slůvko „nebo“ znamená nejen to, že může nastat pouze jeden z těchto jevů, ale i to, že mohou nastat oba jevy zároveň. Jinými slovy, nastane alespoň jeden z těchto jevů.

Obdobně lze říci, že náhodné jevy $\bigcup_{i=1}^n A_i$ a $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i$ nastanou, jestliže nastane alespoň jeden jev A_i .

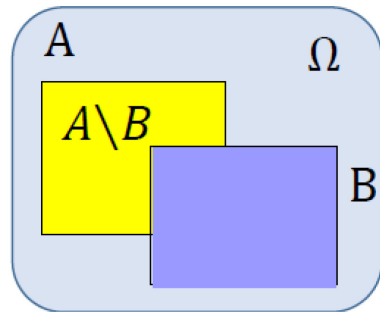


- **Rozdíl jevů**, značíme $A \setminus B$

Rozdílem jevů A a B budeme chápat jev, který nastává právě tehdy, nastane-li jev A a současně nenastane jev B .

$$A \setminus B = A \cap \bar{B}$$

$$A \setminus B = \{\omega | \omega \in A \wedge \omega \notin B\}$$



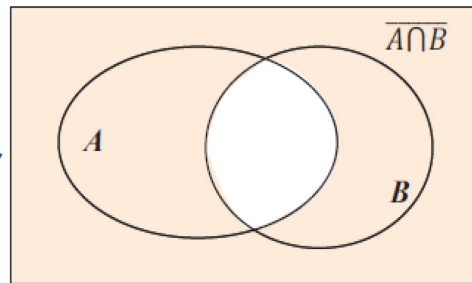
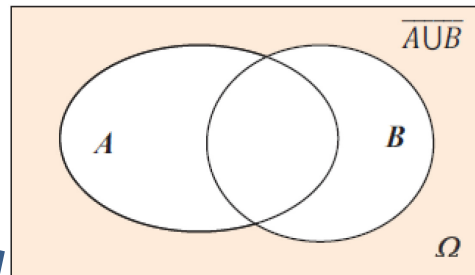
Označování jevů, relace a operace mezi jevy



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Věta 1.1: Vlastnosti operací s náhodnými jevy jsou totožné s vlastnostmi operací s množinami. Necht' $A, B, C \subset \Omega$, pak platí:

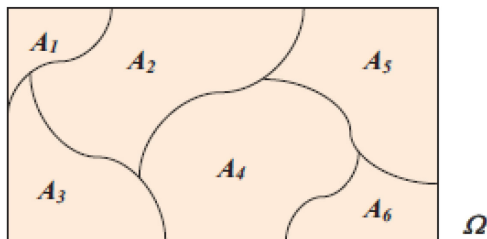
1. $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$, (komutativita)
2. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$, (asociativita)
3. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$, (distributivita)
4. $A \cup A = A, A \cap A = A$, (idempotence)
5. $A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset$, (absorbce)
6. $A \cup \Omega = \Omega, A \cap \Omega = A$, (absorbce)
7. $\overline{\overline{A}} = A$, (zákon dvojího opaku)
8. $\overline{(A \cup B)} = \bar{A} \cap \bar{B}$ (1. de Morganův zákon)
9. $\overline{(A \cap B)} = \bar{A} \cup \bar{B}$ (2. de Morganův zákon)



V teorii pravděpodobnosti se setkáváme se dvěma významnými množinami náhodných jevů – **úplnou množinou vzájemně disjunktních jevů** a **jevovým polem**.

- **Úplná množina vzájemně disjunktních jevů**

Definice 1.1: Úplná množina vzájemně disjunktních jevů je množina po dvou disjunktních jevů $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_n\}$ s nenulovou pravděpodobností výskytu (značíme $P(A_i) > 0$), jejichž sjednocení tvoří množinu Ω . Zapsáno symbolicky: $\Omega = \bigcup_{i=1}^n A_i$, kde $P(A_i) > 0$, $A_i \cap A_j = \emptyset$, pro $i \neq j$, kde $i, j = 1, \dots, n$.



úplná množina vzájemně disjunktních jevů

- **Jevové pole $\mathcal{A}$ (σ -algebra na Ω)**

Jevové pole $\mathcal{A}$ (σ -algebra na Ω) je systém podmnožin základního prostoru Ω obsahující Ω a uzavřený vůči doplňku a vůči sjednocení.

Definice 1.2: Uvažujme množinu $\Omega \neq \emptyset$ náhodných elementárních jevů coby výsledků náhodného pokusu. Necht' $\mathcal{A}$ je neprázdný systém podmnožin množiny Ω takový, že

- a) $\emptyset \in \mathcal{A}$,
- b) jestliže $A \in \mathcal{A}$, pak $A^c \in \mathcal{A}$, kde A^c je doplněk množiny A ,
- c) jestliže $A_i \in \mathcal{A}$, $i = 1, 2, \dots$, pak $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$.

Potom systém $\mathcal{A}$ nazýváme σ -algebra a její prvky $A, B, C \dots \in \mathcal{A}$ nazýváme náhodné jevy.

Věta 1.2: Vzhledem k definici jevového pole $\mathcal{A}$ platí:

- a) $\Omega \in \mathcal{A}$, tzn. jev jistý je prvkem jevového pole (**neprázdnot jevového pole**),
- b) $\forall A \in \mathcal{A}: \bar{A} \in \mathcal{A}$, tzn. je-li jev A prvkem jevového pole, je prvkem jevového pole rovněž doplněk jevu A (**uzavřenost jevového pole vůči doplňku**),
- c) $\{A_i\}_{i=1}^{\infty} \in \mathcal{A} \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$, tzn. jsou-li jevy prvky jevového pole, je prvkem jevového pole rovněž jejich sjednocení (**uzavřenost jevového pole vůči sjednocení, tzv. σ – aditivita**).

Důkaz: viz Riečanová a kol. (1987), str. 45.

Lze si představit, že jevové pole představuje souhrn informací, které o výsledcích náhodného pokusu máme. Ne všechny jevy v musí být totiž pozorovatelné.

Množiny náhodných jevů

Příklad 1.1: Náhodný pokus spočívá v jednom hodu klasickou hrací kostkou se stěnami očíslovanými od 1 do 6. Náhodný jev A nastane, jestliže padne liché číslo a náhodný jev B nastane, jestliže padne číslo menší než 4. Určete Ω , $\mathcal{A}$, A , B , $\bar{A}$, $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Rozumné bude za základní prostor zvolit šestiprvkovou množinu. Její prvky jsou elementární jevy $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{4\}$, $\{5\}$, $\{6\}$. Jevy A a B jsou podmnožinami základního prostoru Ω .

Príslušné jevové pole $\mathcal{A}$ je množinou všech podmnožin základního prostoru.

$$\mathcal{A} = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \{1, 2\}, \{1, 5\}, \dots, \{5, 6\}, \dots, \{2, 3, 4, 5, 6\}, \Omega\}$$

$$A = \{1, 3, 5\} \dots \text{padne liché číslo}, B = \{1, 2, 3\} \dots \text{padne číslo menší než 4.}$$

$$\bar{A} = \Omega - A = \{2, 4, 6\} \dots \text{padne sudé číslo},$$

$$\bar{B} = \Omega - B = \{4, 5, 6\} \dots \text{padne číslo větší než 3,}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\} \dots \text{padne liché číslo nebo 2,}$$

$$A \cap B = \{1, 3\} \dots \text{padne číslo 1 nebo 3,}$$

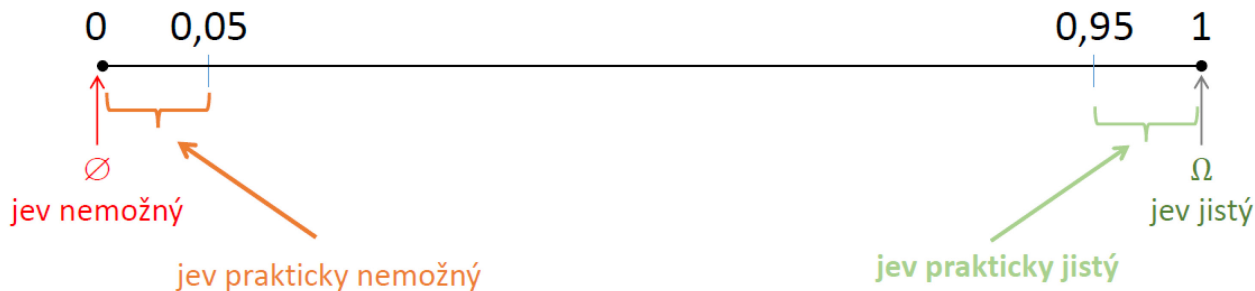
$$A \setminus B = \{5\} \dots \text{padne 5, } B \setminus A = \{2\} \dots \text{padne 2.}$$

Co je to pravděpodobnost?



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Číselné vyjádření šance, že při náhodném pokusu daný jev nastane.



Jak pravděpodobnost definovat?

Počátky teorie pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ



Blaise Pascal (1623 – 1662)



Pierre de Fermat (1601 – 1665)



„Je pozoruhodné, že věda, jenž se započala uvažováním o hazardních hrách, by se měla stát nejvýznamnějším objektem lidského vědění.”

Pierre Simon de Laplace, (1749 – 1827)

Pravděpodobností označujeme **míru očekávatelnosti výskytu náhodného jevu**. S rostoucí pravděpodobností roste šance, že jev nastane. Pravděpodobnost se obecně označuje číslem z intervalu $\langle 0;1 \rangle$. Jev nemožný, tj. jev, který nemůže nastat, má pravděpodobnost 0, naopak jev jistý má pravděpodobnost 1. Někdy se nekorektně, ale názorně, pravděpodobnosti násobí číslem 100 a uvádějí v procentech.

Pierre Simon Laplace chápal pravděpodobnost jako nástroj pro popis všech **problémů s neúplnou vstupní informací**.



- je založena na předpokladu, že náhodný pokus může mít n různých, avšak rovnocenných výsledků.

Definice 1.3: Je-li základní prostor konečná neprázdná množina elementárních jevů $\{\omega_1; \dots; \omega_n\}$, které mají stejnou šanci, tj. stejnou pravděpodobnost výskytu $\left(\frac{1}{n}\right)$, pak pravděpodobnost, že při realizaci náhodného pokusu jev A nastane je $P(A) = \frac{m}{n}$, kde m je počet výsledků (elementárních jevů) příznivých jevu A , n je počet všech možných výsledků.

Příklad 1.2: Mějme „spravedlivou“ hrací kostku. Jaká je pravděpodobnost, že padne „6“?

Označme: A ... padne „6“, pak $P(A) = \frac{1}{6}$.

Statistická (empirická) „definice“ pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

- V roce 1919 publikoval své první práce z teorie pravděpodobnosti Richard von Mises. Misesův přístup k pravděpodobnosti je založen na empirickém zkoumání, jež vede k pozorování „**stability relativních četností**“. Umožňuje určit pravděpodobnost jevu v případě, že není známo jeho bližší chování (tj. elementární jevy, při kterých zkoumaný jev nastává, a jejich pravděpodobnosti). Jestliže je náhodný pokus libovolněkrát (alespoň teoreticky) opakovatelný za stejných statistických podmínek (např. hod kostkou či mincí), pak lze pravděpodobnost jevu odhadnout na základě počtu jevů příznivých výsledku pokusů.

Definice 1.4: Provedeme-li n realizací náhodného pokusu, přičemž $n(A)$ realizací je příznivých jevu A , pak pravděpodobnost jevu A můžeme odhadnout poměrem

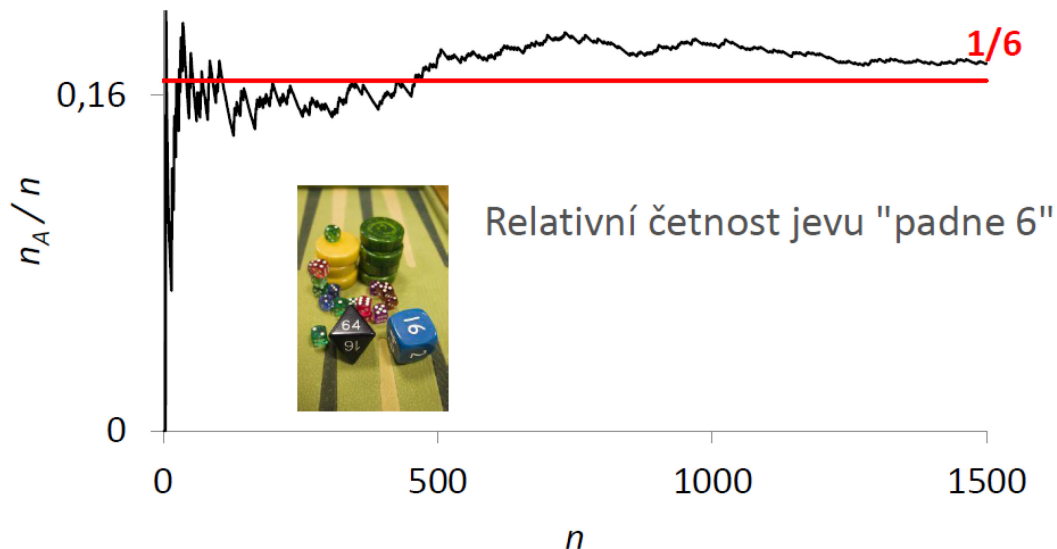
$$P(A) \approx \frac{n(A)}{n}.$$

Tento odhad je tím přesnější, čím je počet realizací náhodného pokusu (n) vyšší. Statistická definice pravděpodobnosti nám například umožňuje odhadnout pravděpodobnost toho, že padne šestka na nepoctivé („cinknuté“) kostce.

Statistická (empirická) „definice“ pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ



$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}.$$

Geometrická definice pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Dalším historickým příkladem definice pravděpodobnosti může být tzv. geometrická definice, která umožňuje určit pravděpodobnost v případech, kdy **počet všech možných výsledků náhodného pokusu je nespočetný**. Definice je založena na porovnání objemů, obsahů nebo délek geometrických útvarů. Používáme ji v případech, které lze převést na toto schéma.

Definice 1.5: V rovině (případně na přímce nebo v části prostoru) je dána určitá oblast Ω a v ní další oblast A . Pravděpodobnost jevu A , který spočívá v tom, že náhodně zvolený bod v oblasti leží i v oblasti A je $P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{|A|}{|\Omega|} \right)$, kde $|A|$, $|\Omega|$ jsou vhodné míry oblastí A a Ω .

Geometrická definice pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Příklad 1.3: Jan a Zuzana, zapřisáhlí odpůrci mobilních telefonů, se domluví, že se sejdou na určitém místě mezi 17. a 18. hodinou, přičemž doba čekání je 20 minut. Jaká je pravděpodobnost, že se po této dohodě setkají?

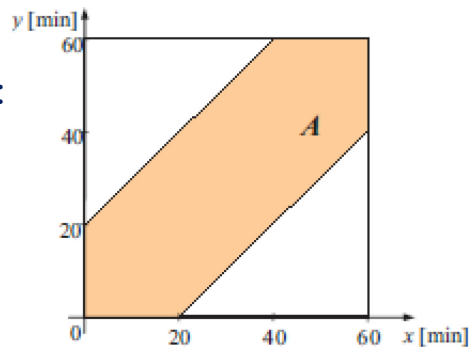
Každý teoretický okamžik setkání Jana a Zuzany má stejnou šanci, počet všech možných okamžiků setkání je nespočetný, proto použijeme pro výpočet geometrickou definici pravděpodobnosti. Nechť čas příchodu Zuzany určuje souřadnici x a čas příchodu Jana určuje souřadnici y ve čtverci. Všechny možné okamžiky příchodů Jana a Zuzany jsou vymezeny plochou čtverce: $|\Omega| = 60 \cdot 60 = 3600$.

Oblast A vymezená čtvercem a řešením nerovnice $|x - y| \leq 20$ obsahuje okamžiky, v nichž se Jan a Zuzana skutečně setkají:

$$|A| = 3600 - 40 \cdot 40 = 2000$$

Hledaná pravděpodobnost je dána podílem:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{2000}{3600} = \frac{5}{9} = 0,56.$$



Kolmogorovova definice pravděpodobnosti



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Geometrická definice pravděpodobnosti v uvedené zjednodušené podobě je přirozeným východiskem pro definici pravděpodobnosti jako určité normované míry, popsané axiomaticky jazykem teorie množin.

Dnes obecně uznávaná **Kolmogorovova (axiomatická) definice pravděpodobnosti** z roku 1933 popisuje přiřazení pravděpodobnosti náhodnému jevu. Kolmogorov pro svoji definici pravděpodobnosti použil abstraktní množinu Ω vybavenou σ – algebrou $\mathcal{A}$ (jevové pole), spolu s konečnou mírou P definovanou na $\mathcal{A}$.

Definice 1.6: Necht' $\Omega \neq \emptyset$ a $\mathcal{A}$ je σ -algebra definovaná na Ω . Pak pravděpodobnost jevu $A \in \mathcal{A}$ je definována jako reálná funkce $P(A)$ na $\mathcal{A}$, která splňuje následující axiomy¹:

- a) $P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$,
- b) $P(A) \geq 0$ pro všechna $A \in \mathcal{A}$,
- c) pro všechny posloupnosti po dvou disjunktních jevů $\{A_i\}_{i=1}^{\infty}$ platí $P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$.

Uspořádaná trojice $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ se nazývá **pravděpodobnostní prostor**.

Definice pravděpodobnosti a pravděpodobnostní prostor



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Kolmogorovova (axiomatická) definice pravděpodobnosti je dostatečně obecná, neboť funkce P může představovat míru na dané σ -algebře. **Klasická, statistická a geometrická definice pravděpodobnosti** pak představují pouze speciální, v praxi však často používané, **případy axiomatické definice**. Kolmogorovovy axiomy vyhovují nejen předchozím definicím pravděpodobnosti, ale i modernějšímu pojetí pravděpodobnosti jako šance na splnění určitého jevu, která je stanovena často pouze intuitivně a subjektivně.

Věta 1.3: Necht' jevy $A, B \in \mathcal{A}$, pak:

1. $0 \leq P(A) \leq 1$,
2. $P(\emptyset) = 0$,
3. $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$,
4. $A \subset B \Rightarrow P(A) \leq P(B)$,
5. $P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$, speciálně $A \subset B \Rightarrow P(B - A) = P(B) - P(A)$,
6. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, speciálně pro $(A \cap B) = \emptyset$ (tj. disjunktní jevy) $\Rightarrow P(A + B) = P(A) + P(B)$.

Všechny uvedené vlastnosti se dají snadno dokázat přímo z axiomatické definice pravděpodobnosti. Důkazy: viz Zvára a Štěpán (2019), str. 22.

Pozn.: Přímým důsledkem de Morganových zákonů jsou pak následující vlastnosti:

7. $P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B})$
8. $P(A \cap B) = 1 - P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B})$

Bernoulliho pokusy (posloupnost nezávislých pokusů)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

- **Posloupnost nezávislých pokusů** majících pouze dva možné výsledky (tj. takových pokusů, kdy úspěch v libovolné skupině pokusů neovlivňuje pravděpodobnost úspěchu v pokusu, který do této skupiny nepatří).
- Přičemž jev A (úspěch) nastává s pravděpodobností p a neúspěch s pravděpodobností $1 - p$.

Bernoulliho pokusy (posloupnost nezávislých pokusů)



SLEZSKÁ
UNIVERZITA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
V OPAVĚ

Příklad 1.4: Předpokládejme, že pravděpodobnost narození dívky je 0,49. Jaká je pravděpodobnost toho, že mezi čtyřmi dětmi v rodině je právě jedna dívka?

X ... počet dívek mezi 4 dětmi

D ... narodí se dívka, $P(D) = p$

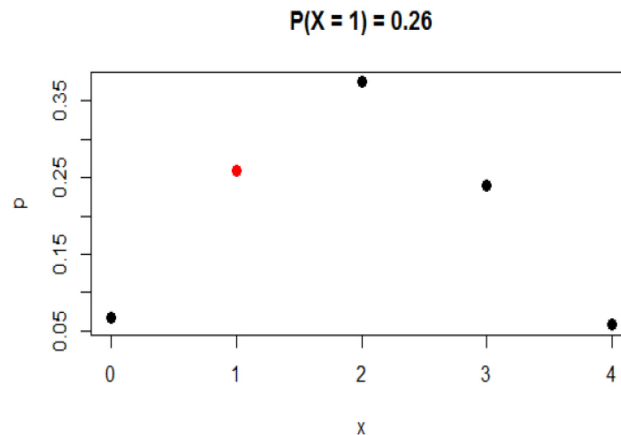
$\bar{D}$... narodí se chlapec, $P(\bar{D}) = 1 - p$

$(X = 1) \dots \{D \bar{D} \bar{D} \bar{D}, \bar{D} D \bar{D} \bar{D}, \bar{D} \bar{D} D \bar{D}, \bar{D} \bar{D} \bar{D} D\}$

$$P(D \bar{D} \bar{D} \bar{D}) = P(\bar{D} D \bar{D} \bar{D}) = P(\bar{D} \bar{D} D \bar{D}) = P(\bar{D} \bar{D} \bar{D} D) = p \cdot (1 - p)^3$$

$$P(X = 1) = P(D \bar{D} \bar{D} \bar{D} \cup \bar{D} D \bar{D} \bar{D} \cup \bar{D} \bar{D} D \bar{D} \cup \bar{D} \bar{D} \bar{D} D) = \binom{4}{1} \cdot p^1 \cdot (1 - p)^3$$

$$P(X = 1) = 0,260$$



Bernoulliho pokusy (posloupnost nezávislých pokusů)

Počet příznivých realizací posloupnosti Bernoulliho pokusů:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Pravděpodobnost výskytu jedné příznivé realizace posloupnosti Bernoulliho pokusů.

Příklady použití: počet dívek mezi 100 000 novorozenci, počet vadných výrobků mezi 280 testovanými, počet nevzrostlých rostlin ze 190 zasazených cibulek...

Věta 1.4: Necht' Ω_0 je konečná neprázdná množina, $\Omega = \underbrace{\Omega_0 \times \dots \times \Omega_0}_n$, $A \subset \Omega_0$, $P = \frac{|A|}{|\Omega_0|}$,
 n - je nezávislé n -násobné opakování pokusu Ω_0 .

$B = \{x = (x_1, \dots, x_n); \text{ existuje } k \text{ souřadnic mezi } x_1, \dots, x_n, \text{ které patří do } A\}$

Potom $P(B) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$.

Důkaz: viz Riečanová a kol. (1987), str. 24.



1. Z. Riečanová a kol. *Numerické metody a matematická statistika*. Bratislava: Alfa, 1987. ISBN 063-559-87. **(kapitola 1 a 3)**.
2. K. Zvára, J. Štěpán. *Pravděpodobnost a matematická statistika*. Praha: MatfyzPress, 2019. ISBN 978-80-7378-388-4. **(kapitola 1 a 3)**.



Děkuji za pozornost.