



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Název projektu	Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě
Registrační číslo projektu	CZ.02.2.69/0.0./0.0/16_015/0002400

Vyzařování v silné gravitaci

Průvodní list studijního materiálu

Jan Schee a kolektiv

Opava 2021



**SLEZSKÁ
UNIVERZITA
V OPAVĚ**

Obsah

PŘEDMLUVA.....	3
1 VYZAŘOVÁNÍ V SILNÉ GRAVITACI.....	4
1.1 Scénář.....	6
2 PEDAGOGICKO DIDAKTICKÉ POZNÁMKY	17
POUŽITÁ LITERATURA	19
PŘEHLED DOSTUPNÝCH IKON.....	20

PŘEDMLUVA

Tento průvodní list byl vypracován k jednomu ze seriálu 10 vzdělávacích pořadů určených pro sférickou projekci, které vznikly v rámci projektu „Rozvoj vzdělávání na Slezské univerzitě v Opavě“.

Zabývají se vesměs astrofyzikálními tématy, jak je zřejmé i z názvů jednotlivých pořadů:

Binární systémy s neutronovou hvězdou, Binární systémy s černou dírou, Optické efekty v extrémních gravitačních polích, Akreční struktury v blízkosti černých děr a neutronových hvězd, Vyzařování v silné gravitaci, Život pod černými slunci – exoplanety u černých děr, Kosmické mikrovlnné pozadí, Rentgenové observační kosmické mise, Akreční disk u černých děr zblízka, Astrofyzika plná extrémů

Jednotlivé scénáře připravovali samostatně jejich tvůrci – Jan Hladík, Adam Hofer, Debora Lančová, Jan Novotný, Martin Petrásek, Jan Schee a Tomáš Gráf.

Na výrobě se však kromě autorů scénářů podíleli také další tvůrci z řad zaměstnanců i studentů univerzity: Jan Bartoš, Lucie Dospivová, Viky Kurečků, Adam Langer, Vojtěch Pazdera, Ondřej Smékal a Kateřina Šimečková.

Všichni tvůrci děkují Slezské univerzitě v Opavě za možnost podílet se na tomto projektu a já si dovoluji poděkovat všem kolegyním a kolegům za spolupráci, bylo mi ctí se s nimi při práci na projektu setkávat.

Tomáš Gráf

1 VYZAŘOVÁNÍ V SILNÉ GRAVITACI



PRŮVODCE STUDIEM – STUDIJNÍ PŘEDPOKLADY

Pro pochopení problematiky vyzařování v extrémní gravitaci, je nutné, aby student rozuměl základům klasické mechaniky a gravitace. Aby měl povědomí o rozdílu mezi Newtonovým silovým formalizmem a Einsteinovým geometrickým konceptem při popisu gravitace. Rozumět analýze pohybu testovacích částic ve fyzikálních polích, určení a interpretaci pohybových konstant. Zákony zachování energie a hybnosti. Dále by měl student rozumět Einsteinovu vztahu mezi hmotností a energií. Student by měl také být obeznámen se základy kvantové teorie. Měl by rozumět problémům vysvětlení spektra záření absolutně černého tělesa, které vedly Plancka k formulaci kvantování energie harmonického oscilátoru. Koncept vlnové funkce a fyzikální interpretace vlnové funkce. Rozklad vlnové funkce do báze stacionárních stavů.



RYCHLÝ NÁHLED STUDIJNÍHO MATERIÁLU

Studijní materiál je krátký film, který podle, zde předloženého scénáře, nejprve představí samotný objekt, který je centrem výukového materiálu a černou díru v jejímž bezprostředním okolí je gravitační pole extrémní. Jsou vysvětleny dva stěžejní mechanismy vyzařování Hawkingovo vyzařování a Penroseův proces. První fenomén je důsledek analýzy kvantových polí na černoděrovém pozadí. Druhý fenomén je klasický, nekvantový. Nakonec je problematika vyzařování v extrémní gravitaci shrnuta do tří termodynamických zákonů. Tady termodynamikou rozumíme termodynamiku černých děr ve smyslu analogie jejich tří zákonů se třemi zákony klasické termodynamiky.



CÍLE STUDIJNÍHO MATERIÁLU

Student nahlédne do následujících témat a otevře se mu cesta k jejich dalšímu prohloubení a hlubšímu pochopení:

- Černá díra a horizont událostí
- Termodynamika černých děr
- Hawkingovo záření
- Vypařování černých děr
- Extrakce energie z rotující černé díry

KLÍČOVÁ SLOVA STUDIJNÍHO MATERIÁLU



Schwarzschildova černá díra, Kerrova černá díra, Termodynamika černých děr, Hawkingovo záření, Penroseův proces.

ČAS POTŘEBNÝ KE STUDIU



Stopáž studijního materiálu: 16 minut

Doporučený čas ke studiu: pro vypracování zadaných úloh a seminární práce 14 dní

DALŠÍ ZDROJE – DOPORUČENÁ LITERATURA



Základní popularizační literatura

Hawking S. W., Černé díry a budoucnost vesmíru, Mladá fronta (1995)

Novikov I. D., Černé díry a vesmír, Mladá fronta (1985)

Thorne K. S., Černé díry a zborcený čas, Mladá fronta (2004)

Kulhánek P., Havlíček I., Rozehnal J. a Břeň D., vzdělávací portál <https://www.aldebaran.cz/astrofyzika/>

DALŠÍ ZDROJE – ROZŠÍŘUJÍCÍ LITERATURA




V případě hlubokého zájmu o dané téma doporučuji následující základní učebnice:

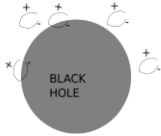
D'Inverno R., *Introducing Einstein's Relativity*, Oxford University Press, 400s (1990)

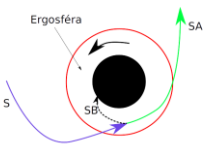
Carroll S. M., *Spacetime and Geometry*, Cambridge University Press, 500s (2019)

1.1 Scénář

Scénář je rozdělen do následujících šestnácti obrazů:

Poř. č.	Obraz	Text	Příklad/Example	English translation
1	<p>Visualizace okolí Kerrovy černé díry se spinem $a=0.9982$. Loď je kruhové geodetické orbitě v ekvatoriální rovině.</p>	<p>Loď s astronauty konečně dorazila do cíle. Parkuje na kruhové orbitě rotující černé díry a astronauté sledují deformovaná souhvězdí a stín černé díry na hvězdném pozadí. Tady začíná naše cesta za poznáním konstrukce obrazu, který astronomové uvidí.</p>		<p>The ship with astronomers finally reached its destination. It parks on the circular runway nearby the rotating black hole. The astronomers start to watch the deformed constellations and the shadow of black hole in the star background right away. Here starts our journey for knowledge about image construction which astronomers are going to see.</p>
2	<p>Záběr do lodi.</p>	<p>Černá díra je extrémně kompaktní objekt. To znamená, že její hmotnost, cca od $10M_{\text{sol}}$ pro $10^7 M_{\text{sol}}$, je napěchovaná do velmi malého objemu o poloměru, který je menší než $2GM/c^2$ pro nerotující černé díry a menší než $G(M+\text{Sqrt}(M^2-a^2))/c^2$ v případě rotujících černých děr.</p> <p>Tato hranice se nazývá horizont událostí a znamená, že žádný signál, žádná informace, se nedostane z oblasti pod horizontem, ani když se bude pohybovat rychlostí vyšší než je rychlost světla.</p> <p>Pro ilustraci uvažujme hmotnost černé díry $10M_{\text{sol}}$, pak pro static-</p>		<p>The black hole is an extremely compact object. This means its weight from 10 - tens millions weight of Sun is squeezed into a very small volume with smaller radius than $2GM/c^2$ for non-rotating black holes and smaller than $G(M+\text{Sqrt}(M^2-a^2))/c^2$ for rotating black holes.</p> <p>We call this boundary an event horizon. No information or signal will get away from an area underneath the horizon even if it moves faster than the speed of light.</p> <p>If the black holes weight is around 10 of the Sun, this means that a static black hole (Schwarzschild's) would have its horizon's radius around 30 kilometers big while the extremely rotating Kerr's black hole would have around 15 kilome-</p>

		<p>kou černou díru (Schwarzschildovu) bude mít poloměr horizontu cca 30 km a pro extrémně rotující Kerrovu černou díru to bude cca 15km.</p>		ters.
3	<p>Horizont černé díry. Emitované fotony.</p>	<p>Klasická černá díra je temný objekt, který pohltí vše, co se ocitne pod jejím horizontem. Ovšem fundamentálním základem je světa je kvantová mechanika.</p> <p>A I když zatím nemáme kvantovou teorii gravitace, bylo uskutečněny důležité objevy v souvislosti se studiem kvantově-mechanických polí na pozadí zakřivených prostoročasů.</p> <p>Tím velmi důležitým výsledkem je objev, že černé díry emitují částice s tepelným spektrem – Hawkingovo záření. Než se do něj plně ponoříme, začneme od začátku.</p> <p>Co vůbec vedlo fyziky postulovat a studovat termodynamiku černých děr?</p>	 <p>The diagram shows a central grey circle labeled 'BLACK HOLE'. Surrounding it are several small circles with '+' signs, representing particles or radiation being emitted from the black hole's horizon.</p>	<p>A typical black hole is a dark object which absorbs everything underneath its horizon. However, the fundamental basis of our world happens to be quantum mechanics.</p> <p>Although the quantum theory of gravity has not been formulated yet, we have made some discoveries by conducting several studies about quantum mechanics in a background of bended spacetime.</p> <p>One of the most important discoveries is that black holes apparently keep emitting particles with thermal radiation - Hawking's radiation. Before we get too immersed in it, let's start at first from the beginning.</p> <p>What led physicists to conduct and study the thermodynamics of black holes?</p>
4	<p>Rotující černá díra a pohyb částic. Ukazatele hodnot E a L. Stav vně a uvnitř ergosféry.</p>	<p>Termodynamika černých děr je úžasný předmět obecné teorie relativity, a její začátky hledejme u analýzy pohybu částic v Kerrově geometrii (v poli rotující černé díry).</p> <p>Pohyb částic je ve staci-</p>		<p>The thermodynamics of black holes represent an amazing subject in the theory of relativity. We can find its origin in the analysis of particle movement in Kerr's geometry (in a field of a rotating black hole).</p>

		<p>onárním prostoročase určen dvěma pohybovými konstantami, kovariantní energií E a momentem hybnosti L. Daleko od černé díry (a hlavně vně ergosféry) je $E > 0$ (časový Killingův vektor je časupodobný), ovšem pokud se vnoříme do oblasti ergosféry, tak zjistíme, že tam existují trajektorie podél kterých je $E < 0$ (časový Killingův vektor je zde prostorupodobný).</p> <p>Vně ergosféry takové trajektorie, tj. s $E < 0$, neexistují. To znamená, že částice, která je na trajektorii s $E < 0$ musí buďto zůstat v ergosféře nebo spadnout pod horizont událostí nebo musí být akcelerována aby se dostala na orbitu s $E > 0$ a mohla tak ergosféru opustit.</p>		<p>The particle's movement in a stationary spacetime is defined by two movement constants, covariant energy E and the angular momentum L. Far away from black hole (most importantly outside the ergosphere) is an $E > 0$ (the time of the Killing' vector field is similar to time interval). However, if we get into the area of the ergosphere we would find out that there are trajectories with $E < 0$ along them (the time of the Killing's vector field is similar to the space interval here in this case).</p> <p>Trajectories with $E < 0$ do not exist outside the ergosphere. Due to this, any particle which is with $E < 0$ on any trajectory must either stay in the ergosphere or must fall underneath the event horizon; it also has to be accelerated in order to get on the orbit with $E < 0$ and then leave the ergosphere right away.</p>
<p>5</p>	<p>Penrosův proces. Experimentální sonda složená ze dvou modulů A a B. Trasa sondy S do ergosféry. Rozpad na SA a SB.</p>	<p>Existence trajektorií s $E < 0$ vede k procesu, jímž můžeme těžit z černé díry energii na úkor její rotace – Penrosův proces.</p> <p>Uvažujme sondu S složenou ze dvou modulů SA a SB. Sondu vrhneme po vybrané trajektorii do ergosféry rotující černé díry. Soustava SA+SB má 4-hybnost $P(0)$ a odpovídající kovariantní energii $E(0) > 0$. V ergosféře dojde k řízenému rozpadu sondy S na moduly SA a SB.</p>		<p>The existence of trajectories with $E < 0$ leads to a process where we can extract the black hole' energy at the expense of its rotation. This is the so-called Penrose process.</p> <p>Now we move onto the probe consisting of two models SA and BA. We send off the probe with our chosen trajectory to the ergosphere of a rotating black hole. The united system SA+BA has got 4-momentum $P(0)$ and the corresponding covariant energy $E(0) > 0$. The ergosphere undertakes a controlled decline of probe S to the models SA and SB instead.</p>

		<p>Veličina $P(A)$ označuje 4-hybnost modulu SA a veličina $P(B)$ označuje 4-hybnost modulu SB. Protože se 4-hybnost soustavy zachovává, platí pro 4-hybnosti vztah $P(0)=P(A)+P(B)$ a potažmo $E(0)=E(A)+E(B)$</p>		<p>The quantity $P(A)$ refers to the 4-momentum's model SA and the quantity $P(B)$ refers to the 4-momentum's model SB. Since the 4-momentum system is preserved, there are applied the following connections: $P(0)=P(A)+P(B)$ and thus also $E(0)=E(A)+E(B)$.</p>
6	<p>SB zaniká pod horizontem a SA opouští ergosféru s kovariantní energií větší než byla energie původní sondy S.</p>	<p>Řízeným rozpadem sondy S navedem modul SB na trajektorii s kovariantní energií $E(B)<0$ (detailní analýza ukazuje, že vhodné traktorie jsou ty se záporným momentem hybnosti částice, tj. SB musí být vržena proti směru rotace černé díry).</p> <p>Modul B zanikne pod horizontem událostí a modul A opouští ergosféru s energií $E(A)>E(0)$, tj. modul A bude mít po opuštění ergosféry větší energii než měla původní sonda S. Tímto mechanismem, lze čerpat energii černé díry na úkor jejího momentu hybnosti, který se zmenší. A zmenší se nejen moment hybnosti černé díry.</p>		<p>By controlling decline of probe S we direct the module SB to the trajectory with covariant energy $E(B)<0$. The detailed analysis suggests that the most suitable trajectories are the ones with the negative time of particles momentum. In other words, SB must be tossed against the direction of black hole's rotation.</p> <p>The Module B perishes underneath the event horizon whereas a module A leaves the ergosphere with $E(A)>E(0)$ energy. This means that module A will have afterwards a bigger energy than the original orbit. This mechanism enables the energy derivation of the black hole at the expense of its angular momentum which gets smaller as a result. The angular momentum of black hole is not the only element which gets smaller though.</p>
7	<p>Ireducibilní hmotnost. Do ergosféry černé díry sypeme</p>	<p>Hmotnost černé díry a její moment hybnosti jsou "obohaceny" o záporný příspěvek energie a momentu hybnosti modulu SB.</p>		<p>The weight of the black hole with its angular momentum is enhanced by negative energy contribution and the angular momentum of the SB module -</p>

	<p>sondy S. Rotace a hmotnost černé díry se zmenšují až se zastaví. Na vahách se objeví $M=M(\text{Irreducible})$.</p>	<p>$dM=E(B)<0$ a $dJ=L(B)<0$.</p> <p>Ted' vás napadne, že se takhle můžeme elegantně zbavit světového odpadu a získat energii pro celé lidstvo. To bychom jistě mohli ale otázka je na jak dlouho. Protože odebíráme z černé díry moment hybnosti, tak se jednoho krásného dne zastaví. V okamžiku kdy se tak stane bude její hmotnost $M(\text{Irreducible})=A/(16 \pi G^2) = (1/2)(M^2 + \text{SQRT}(M^4 - (J/M)^2))$.</p> <p>Tato hmotnost je přiléhavě nazvaná "ireducibilní". Penrosovým procesem nelze hmotnost Kerrovy černé díry snížit na menší hmotnost než je $M(\text{Irreducible})$. To znamená, že musí platit pro změnu ireducibilní hmotnosti relace $dM(\text{Irreducible})\geq 0$. Změna ireducibilní hmotnosti může být pouze kladná, nebo jinými slovy ireducibilní hmotnost se nemůže zmenšovat.</p>		<p>$dM=E(B)<0$ and $dJ=L(B)<0$.</p> <p>You may think that this would help us get rid of the world's waste and while we are at it we would get the energy for the whole humankind. We could certainly go ahead with it but it would leave us with a question for how long it would last. Since we take away the black hole's angular momentum, it will stop moving one day. The moment it happens, its weight will be $M(\text{Irreducible})=A/(16 \pi G^2) = (1/2)(M^2 + \text{SQRT}(M^4 - (J/M)^2))$.</p> <p>This weight is thus appropriately called irreducible. The Penrose process is not able to decrease the weight of Kerr's black hole than this weight. This means that the following relation must apply for the change of irreducible weight: $dM(\text{Irreducible})\geq 0$. The change of irreducible weight can be positive only. In other words, its weight cannot be decreased at all.</p>
8	<p>Neklesající plocha horizontu černé díry.</p>	<p>Ireducibilní hmotnost a plocha horizontu černé díry jsou svázány přímou úměrou. Pak je jasné, že bude přírůstek plochy horizontu černé díry dA také nezáporný, tj. $dA\geq 0$. Plocha horizontu černé díry se nemůže</p>		<p>Both the irreducible weight and surface of black hole's horizon are connected by a direct proportion. So it makes sense that the new addition of black hole dA would be negative, that is $dA\geq 0$. The horizon's surface cannot be decreased then.</p>

		<p>zmenšit.</p> <p>Detailní výpočty ukazují, že změna hmotnosti, dM, plochy horizontu, dA, a momentu hybnosti, dJ, jsou vzájemně svázány rovnicí $dM = k \frac{dA}{8\pi G} + \frac{OmH}{A} dJ$ (A) kde je k povrchová gravitace Kerrovy černé díry $k = \frac{\sqrt{G^2 M^2 - a^2}}{2GM(GM + \sqrt{G^2 M^2 - a^2})}$. Rovnice (A) přiměla odborníky přemýšlet o korespondenci mezi mechanikou černých děr a termodynamikou.</p>		<p>The detailed description shows that the change of weight dM and horizon's surface dJ are mutually connected by equation $dM = k \frac{dA}{8\pi G} + \frac{OmH}{A} dJ$ (A). The Kerr's gravity of its surface over there is $k = \frac{\sqrt{G^2 M^2 - a^2}}{2GM(GM + \sqrt{G^2 M^2 - a^2})}$. The equation (A) made experts think about the correspondence between the black hole's mechanics and thermodynamics.</p>
9	Termodyna mika černých děr.	<p>První zákon termodynamiky tvrdí, že $dE = TdS - pdV$ (B) kde je T teplota soustavy, p její tlak a pdV je práce vykonaná na systému.</p> <p>O členu $OmH J$ v rovnici (A) můžeme přirozeně uvažovat jako o práci vykonané na černé díře.</p> <p>Tu práci jsme vykonali tím, že jsme navedli SB na správnou trajektorii. Korespondence mezi mechanikou černých děr a termodynamikou nabude reálných obrysů v okamžiku kdy ztotožníme termodynamické veličiny energie (E), entropie (S), a teplota (T) s veličinami popisující černou díru, tj. Hmotnost (M), plocha horizontu (A) a povrchová gravitace (k). ($E \leftrightarrow M$, $S \leftrightarrow A/4G$,</p>		<p>The first thermodynamics law claims that in the $dE = TdS - pdV$ (B) equation represents the temperature system, p is its pressure and pdV is the work conducted on the system itself.</p> <p>We can think about the $OmH J$ in the equation (A) as a work conducted on the black hole.</p> <p>This was done by the direction of SB to the correct trajectory. The correspondence between the black hole mechanics and thermodynamics acquires the real outline the moment when we identify the thermodynamics quantities energy (E), entropy (S) and temperature (T) with quantities describing the black hole which is weight (M), the horizon's surface (A) and the surface's gravity (k). ($E \leftrightarrow M$, $S \leftrightarrow A/4G$, $T \leftrightarrow k/2\pi$).</p> <p>The thermodynamics system is in balance in the stationary condition which corresponds</p>

		$T \leftrightarrow k/2\pi$. Systém v termodynamické rovnováze je ve stacionárním stavu, tomu odpovídá stacionární černá díra.		with the stationary black hole.
10	0-tý zákon termodynamiky. Termodynamický systém (tyč ponořená do nekonečné lázně), ilustrace vývoje ke konstantní teplotě. Horizont černé díry, vlaječky levitující těsně nad horizontem ukazující v různých místech horizontu stejnou hodnotu povrchové gravitace.	Pokud je termodynamický systém v tepelné rovnováze, pak je teplota systému ve všech jeho hodech stejná. Analogické tvrzení platí i pro černé díry, protože stacionární černá díra má povrchovou gravitace ve všech místech horizontu stejnou a konstantní.		If the thermodynamic system is in a thermal balance, then the system's temperature is the same in all the levels. The analogous claims also apply on the black holes because the stationary black hole has got a surface gravity all the same and constant in all horizon's places.
11	1. termodynamický zákon.	První termodynamický zákon je určený vztahem (B) a je zákonem zachování energie. Změna jedné formy energie odpovídá příslušné změně jiné formy energie. Třeba mechanická práce se mění na vnitřní energii a na teplo. Analogickým		The first thermodynamic law is defined by the connection (B) and is the law for the conservation of law. The change of one single form of energy corresponds with the relevant change of different forms of energy. For example, the mechanical work changes to the internal energy and warmth. The

		zákonem v mechanice černých děr je rovnice (A) ve které jsou propojeny změny hmotnosti, povrchu a momentu hybnosti černé díry.		analogous laws in the mechanics of black holes are equations (A) where the weight change, surface and angular momentum of black holes are connected.
12	2. termodynamický zákon	Jedna z forem druhého termodynamického zákona říká, že entropie termodynamického systému neklesá, $dS \geq 0$. Analogickým principem v černoděrové mechanice je zákon neklesající plochy povrchu horizontu černé díry, $dA \geq 0$.		One of the forms in the second thermodynamic law indicates that the entropy of thermodynamic systems does not increase $dS \geq 0$. The analogous principle in the black holes's mechanics is the law of non-decreasing area of horizon's black hole surface, $dA \geq 0$.
13	Hawkingovo záření.	Aby byla korespondence mezi termodynamikou a mechanikou černých děr korektní, chybí v případě černých děr důležitá ingredience a tou je záření. Černé díry jsou produktem klasické teorie a podle ní prostě nezáří. Fundamentálním základem přírody je kvantová teorie. Bohužel zatím ještě nemáme vybudovanou kvantovou teorii gravitace. Co ale můžeme udělat, je zkoumat jak se chovají kvantová pole na pozadí zakřiveného prostoročasu. V roce 1976 Stephen Hawking publikoval práci ve které zkoumal řešení Klein-Gordonovy rovnice pro kvantové skalární pole na pozadí		To have the correspondence between the thermodynamics and black holes' mechanics correct, there is a missing piece for black holes and that represents radiation. The black holes are the product of the classic theory and according to it it does simply not radiate. The most fundamental basis in nature is quantum theory. Unfortunately the quantum theory of gravity is not formulated yet. What we are able to do though is to observe how the quantum fields behave on the background of the bended spacetime. Stephen Hawking published in 1976 his study where he observed the solution to Klein-Gordon's equation in the quantum scalar field on the background of the static Schwarzschild's black hole. The outcome of his research

		<p>statické, Schwarzschildovy, černé díry.</p> <p>Výsledkem jeho zkoumání byl objev, že černé díry vyzařují částice. Spektrum těchto částic (rozdělení částic podle energie) odpovídá spektru tepelného záření s teplotou $T=k/2\pi$ kde je povrchová gravitace $k=1/(4GM)$. Teplota černé díry je tedy nepřímo úměrná její hmotnosti. Čím menší je černá díra tím vyšší je její "povrchová" teplota.</p>		<p>was the discovery that black holes radiate the particles. The spectrum of these particles (the distribution of particles based on the energy) is in accordance with the spectrum of thermal radiation with temperature $T=k/2\pi$ where the surface gravity is $k=1/(4GM)$. The temperature of black hole is inversely proportional with its weight. The smaller the black hole the bigger is its surface temperature.</p>
14	Vypaření černé díry	<p>Když černá díra vyzařuje energii (prostřednictvím Hawkingova záření) tak ze zákona zachování energie plyne, že bude ztrácet hmotu (připomeňme si oslavovanou Einsteinovu poučku $E=mc^2$). Přirozeně si pak klademe otázku může se černá díra vypařit? A pokud ano jak dlouho takový proces vypařování trvá? Protože má Hawkingovo záření charakter záření absolutně černého tělesa, tak nám na tyto otázky dá odpověď Stefanův-Boltzmannův zákon. Zářivý výkon který do prostoru vyzařuje těleso o poloměru R a s efektivní teplotou T je úměrný součinu $R^2 T^4$. V geometrodynamických jednotkách (délka a čas jsou měřené v jednotkách</p>		<p>When the black hole radiates the energy (through the Hawking's radiation) it follows the law of energy conservation which means that it will keep losing its mass (let's remind ourselves of the most celebrated Einstein's theorem $E=mc^2$). Naturally we ask immediately if the black hole can actually evaporate. And if so, how long would it last for? The Hawking's radiation has a character of the absolute black assembly, so the answer will be provided by Stefan-Boltzmann's law instead. The Luminosity which is radiated into the space by assembly with its R radius and with effective temperature T is directly proportional with product $R^2 T^4$. In the geometrodynamics units (the length and time are observed in units M of black hole) is the radius of black hole $R \sim M$</p> <p>along with its temperature</p> <p>$T \sim M^{-1}$</p>

		<p>M černé díry) je poloměr černé díry a její teplota je $R \sim M$ a její $T \sim M^{-1}$ takže výsledný zářivý výkon bude $\sim M^{-2}$</p> <p>Dostáváme rovnici</p> $\frac{dM}{dt} \sim M^{-2}$ <p>Tento výsledek napovídá, že čím bude černá díra méně hmotná tím rychleji se vypaří. Doba, za kterou se černá díra vypaří, se dá shrnout do vzorečku:</p> $t_{vyp} \approx 2 \times 10^{67} \text{let} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^3$ <p>Supermasivní černé díra $M = 10^9 M_{\odot}$</p> <p>se bude vypařovat 10^{94} roků, zatímco primordiální černá díra s hmotností $M = 2 \times 10^{-20} M_{\odot}$ se bude vypařovat pouhých 10^9 let, což dává astrofyzikům naději pozorovat Hawkingovo záření ve Vesmíru.</p>		<p>so the final result of the luminosity will be $\sim M^{-2}$.</p> <p>We get the equation $\frac{dM}{dt} \sim M^{-2}$.</p> <p>The result indicates that the less material the black hole has got, the faster it evaporates. The time sequence during the which it evaporates can be summed up by the following equation:</p> $t_{vyp} \approx 2 \times 10^{67} \text{let} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^3$ <p>The supermassive black hole $M = 10^9 M_{\odot}$ will keep evaporating for 10^{94} years, whereas the primordial black hole with weight around $M = 2 \times 10^{-20} M_{\odot}$ will be evaporating for a mere 10^9 only. This gives all the astrophysicists hope to observe Hawking's radiation in space.</p>
<p>15</p>	<p>Unruhův efekt.</p>	<p>Ve snaze najít fyzikální podstatu Hawkingova záření bylo objeveno Unhurovo záření. Toto záření pozoruje rovnoměrně urychlený pozorovatel ve Minkowského prostorčase a má také tepelný charakter.</p>		<p>In the pursuit of finding the physical aspect of Hawking's radiation it was discovered an Unhur's radiation. This radiation observes the evenly accelerated observer in Minkow's space time and moreover, it has got the thermal character.</p> <p>In fact, Hawking's radiation is</p>

		<p>Hawkingovo záření je vpodstatě Unruhův efekt spojený principem ekvivalence, podle kterého je rovnoměrně urychlený pozorovatel v Minkwském prostoročase ekvivalentní se statickým pozorovatelem v zakřiveném prostoročase (v gravitačním poli).</p>		<p>an Uhuru effect combined with the equivalent principle. Based on this is the evenly accelerated observer in Minkow's spacetime equivalent with the static observer in the bended space time (in a gravitational field).</p>
16	Závěr	<p>Co říci závěrem? Nakonec jsme se dozvěděli, že černé díry nejsou úplně tak černé a nemusí být ani věčné. Pokud černá díra rotuje tak Penroseovým procesem můžeme odčerpávat rotační energii chytrým vzhazováním částic (třeba odpadu z popelnic) do ergosféry černé díry. V podstatě donutíme černou díru vyzařovat energii na úkor její rotace, dokud ji nezastavíme. Dalším efektem je proces tvorby páru částice-antičástice v blízkosti horizontu černé díry vedoucí k tomu, že černá díra má povrchovou teplotu a vyzařuje Hawkingovské záření které má charakter záření absolutně černého tělesa (podobně jako hvězdy, akorát je mnohem, mnohem slabší) až se nakonec se černá díra úplně vypaří.</p>		<p>What to say in our conclusion? We found out in our search that black holes are actually not so black and do not have to be infinite at all as we previously thought. If the black hole rotates, then we can extract its rotation energy by Penrose process with a smart throwing of particles (for example a waste from our bins) into the ergosphere. In fact, we shall force the black hole to radiate its energy at the expense of its rotation until we stop it. The next effect is the creating process of particles and non-particles in the surroundings of black hole's horizon which would cause the black hole to have a temperature. Not only that, it would radiate the Hawking's radiation which has a character of the absolute black holes (similar like our stars but these would be much weaker) until the black hole completely evaporates.</p>

2 PEDAGOGICKO DIDAKTICKÉ POZNÁMKY

PRŮVODCE STUDIEM



Obory: 053 Vědy o neživé přírodě, 0532 Vědy o Zemi, 0533 Fyzika (klasifikace podle CZ-ISCED-F 2013).

Studentům bude ve sférické projekci puštěno video s výkladem. Jedná se o interaktivní doplněk běžné výuky. Pedagog po zhlédnutí odkáže na doplňující literaturu a zodpoví na dotazy.

ÚKOL K ZAMYŠLENÍ



Zamyslete se nad následujícími otázkami a pokuste se je zodpovědět.

1. Jsou černé díry věčné? Vysvětlete vaši odpověď.
2. Jaké množství energie lze Penroseovým procesem čerpat ze statické, Schwarzschildovy černé díry?
3. Vymyslete konstrukci a organizaci elektrárny, která by čerpala energii z černé díry.
4. Uvažujte izolovanou, supermasivní černou díru o hmotnosti $10^6 M_{\text{sol}}$. Jaká je její efektivní teplota? Využijte Stefanův-Boltzmanův vztah a určete hustotu energie Hawkingova záření ve vzdálenosti 8,5 kpc.
5. Jakou hmotnost musí mít statická černá díra, aby ve vzdálenosti 1AU byla hustota energie Hawkingova záření stejná jako solární konstanta.
6. Představte si, že v LHC se podaří vytvořit mikro-černou díru o hmotnosti 4 TeV. Jak dlouho bude existovat? Jaký je poloměr jejího horizontu? Argumentujte, proč taková černá díra nezničí ani Zemi, ani Švýcarsko, ani urychlovač, ani detektor.



SAMOSTATNÝ ÚKOL

Pro prohloubení znalostí a chápání problematiky vyzařování v extrémní gravitaci navrhuji vypracovat seminární práce na následující témata:

1. Vznik mikro-černých děr v LHC – zaměřte se na vysvětlení důvodů, proč je očekávaná hmotnost produkovaných černých děr v řádu TeV.
 2. Ireducibilní hmotnost – diskutujte maximální možné množství energie, které lze „vytěžit“ z Kerrovy černé díry.
-

POUŽITÁ LITERATURA

Carroll S. M., Spacetime and Geometry: an introduction to general relativity, Pearson (2013)

Misner C. W., Thorne K. S. a Wheeler J. A., Gravitation, Princeton University Press (2017)

Wald R. M., General Relativity, The University of Chicago Press (1984)

ESO [online]. Dostupné z: <https://www.eso.org/public/>

NASA [online]. Dostupné z: <https://www.nasa.gov/>

Wikipedia [online]. Dostupné z: <https://en.wikipedia.org/wiki/>






















Pixabay [online]. Dostupné z: <https://pixabay.com/cs/>

Youtube [online]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/>

Artlist [online]. Dostupné z: <https://www.youtube.com/>

EVANS & SUTHERLAND, Digistar 6 [software]. 2016 [cit. 2020-02-12]. Dostupné z: <https://www.es.com>. Požadavky na systém: Win 10 Server, Fulldome projekce.

PŘEHLED DOSTUPNÝCH IKON

	Čas potřebný ke studiu		Cíle kapitoly
	Klíčová slova		Nezapomeňte na odpočinek
	Průvodce studiem		Průvodce textem
	Rychlý náhled		Shrnutí
	Tutoriály		Definice
	K zapamatování		Případová studie
	Řešená úloha		Věta
	Kontrolní otázka		Korespondenční úkol
	Odpovědi		Otázky
	Samostatný úkol		Další zdroje
	Pro zájemce		Úkol k zamyšlení

Název: **Vyzařování v silné gravitaci**
Autor: **Jan Schee a kolektiv**
Vydavatel: Slezká univerzita v Opavě

Určeno: studentům Slezske univerzity v Opavě
Počet stran: 21

Tato publikace neprošla jazykovou úpravou.